

南京航空航天大学

范钦珊 李 晨 李栋栋 孙 伟 (特邀)

材料力学

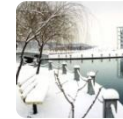
Mechanics of Materials



2019/3/5



自主学习+深度研讨



单元2 内力与内力分析

(Unit 2 Internal forces and analysis of internal forces)



开篇之说

内力分析与内力图是材料力学课程中的重头戏

内力分析与内力图包含了材料力学课程以及其他相关课程的大量信息。

工程设计中涉及内力分析与内力图的问题也是大量的。

内力分析与内力图是教育界、力学界和工程界检验材料力学教学质量的重要指标之一。

内力分析与内力图教学既能锻炼基本功，还能增长睿智。



开篇之说

传统的确定内力以及绘制内力图的方法是**正确的**，但是过程**繁琐、复杂**，我们不推荐这种方法。

我们将理论力学中力系简化方法移植过来，**直接确定内力分量的大小与正负**。

同时，采用多年行之有效的画内力图的方法，**快速、正确地画出内力图**。



自主学习从问题开始

第一类问题

什么是内力？为什么一定要研究内力？

这是总体性的问题



自主学习从问题开始

第二类问题：

什么是内力分量？

不同的内力分量将产生什么变形？

怎样确定内力分量的大小？怎样规定内力分量的正负号？

这一类问题涉及的是基本概念与方法。



自主学习从问题开始

第三类问题：

内力的变化如何描述和表达？

内力图有几种？比较简单的是哪一种？

画剪力图和弯矩图是不是很难？

这一类问题涉及的是数学思维



这一单元：

充满数学思想

体现对于复杂繁琐内容与方法的批判性

体现寻求简洁思维的挑战性

体现什么叫激发智慧



第一类问题研讨

是物体受力后发生变形，内部各点之间的距离发生改变，从而使原来的相互作用力发生改变，因而产生的附加的相互作用力——内力。



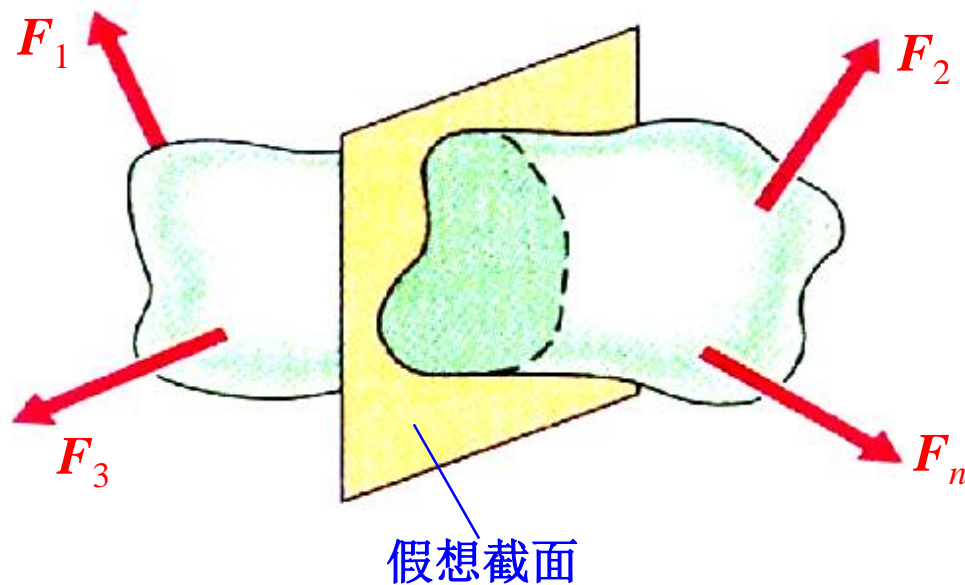
第一类问题研讨

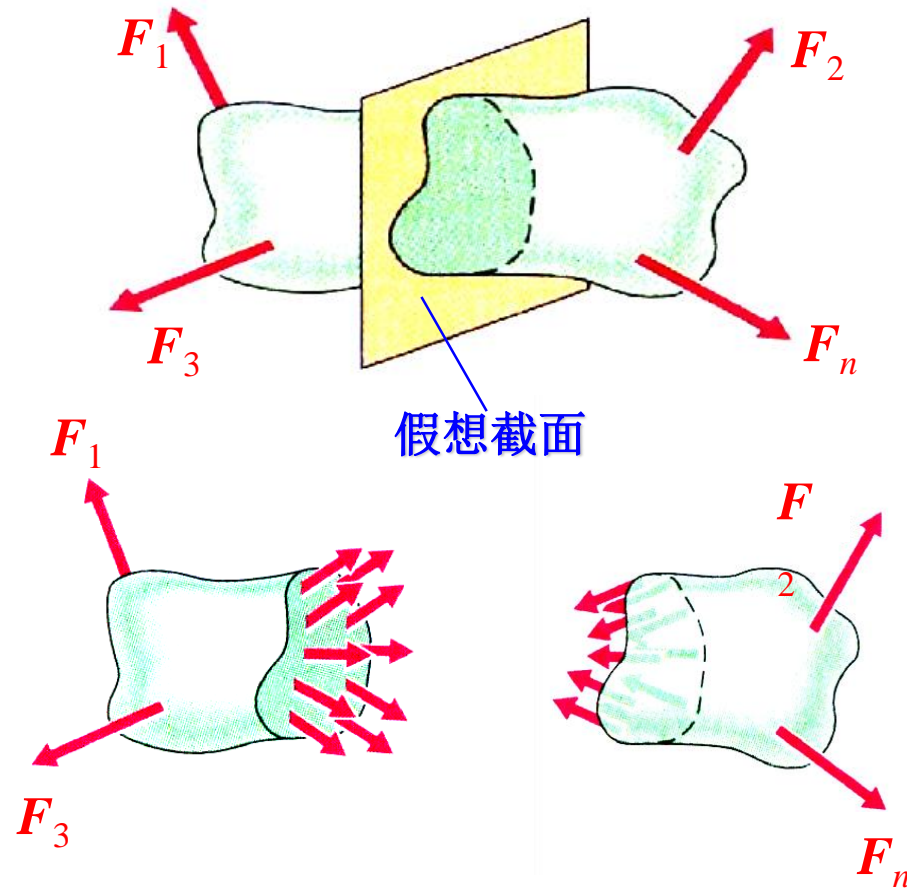
解决工程中以及日常工作生活中遇到的强度、刚度以及稳定性问题，第一重要的就是内力。



内力(Internal Forces)

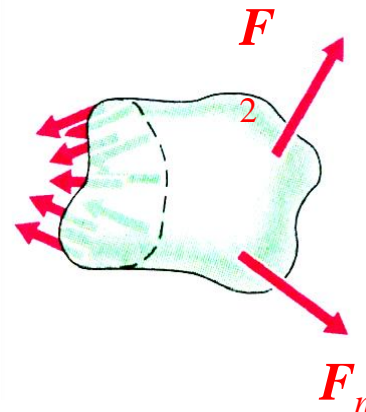
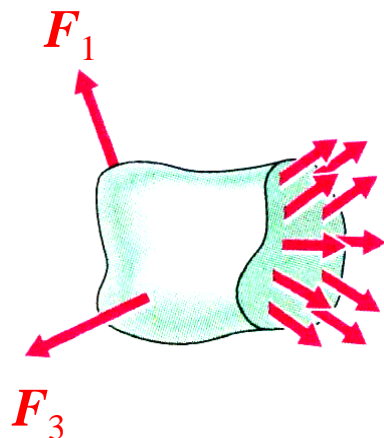
弹性体受力后，由于变形，其内部各点均会发生相对位移，因而产生附加的相互作用力。







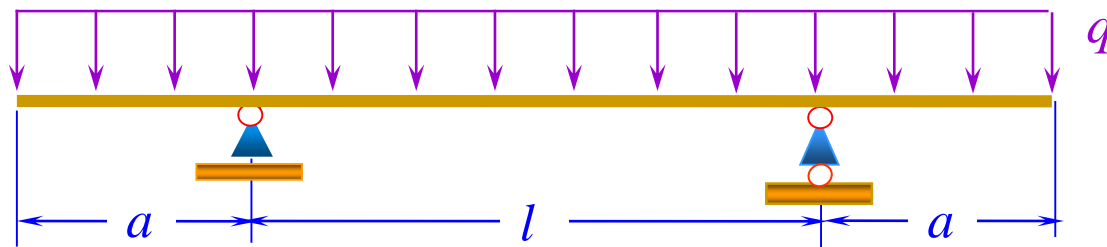
弹性体内力的特征:



- (1) 连续分布力系
- (2) 与外力组成平衡力系(特殊情形下内力本身形成自相平衡力系)



第一类问题研讨



储料罐的力学模型。

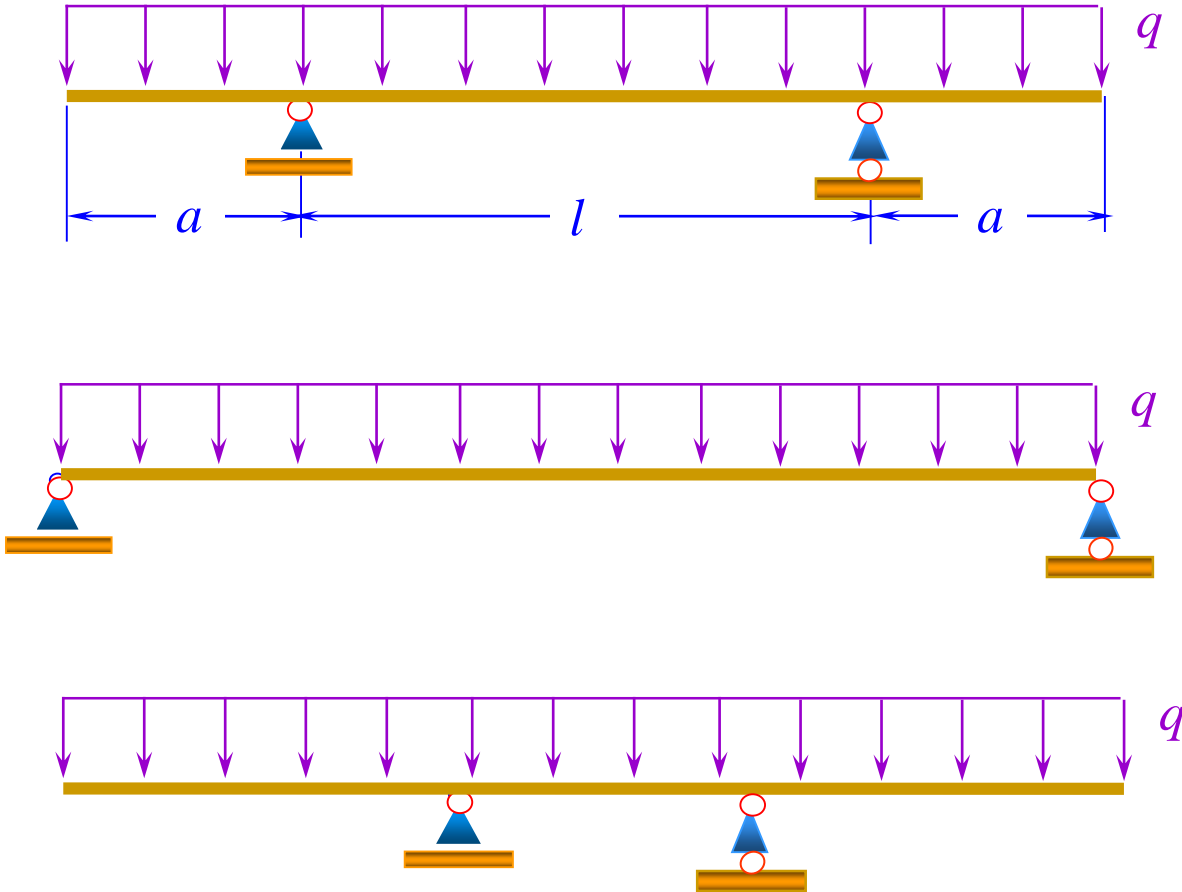


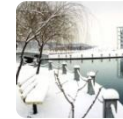
第一类问题研讨

你发现了什么？

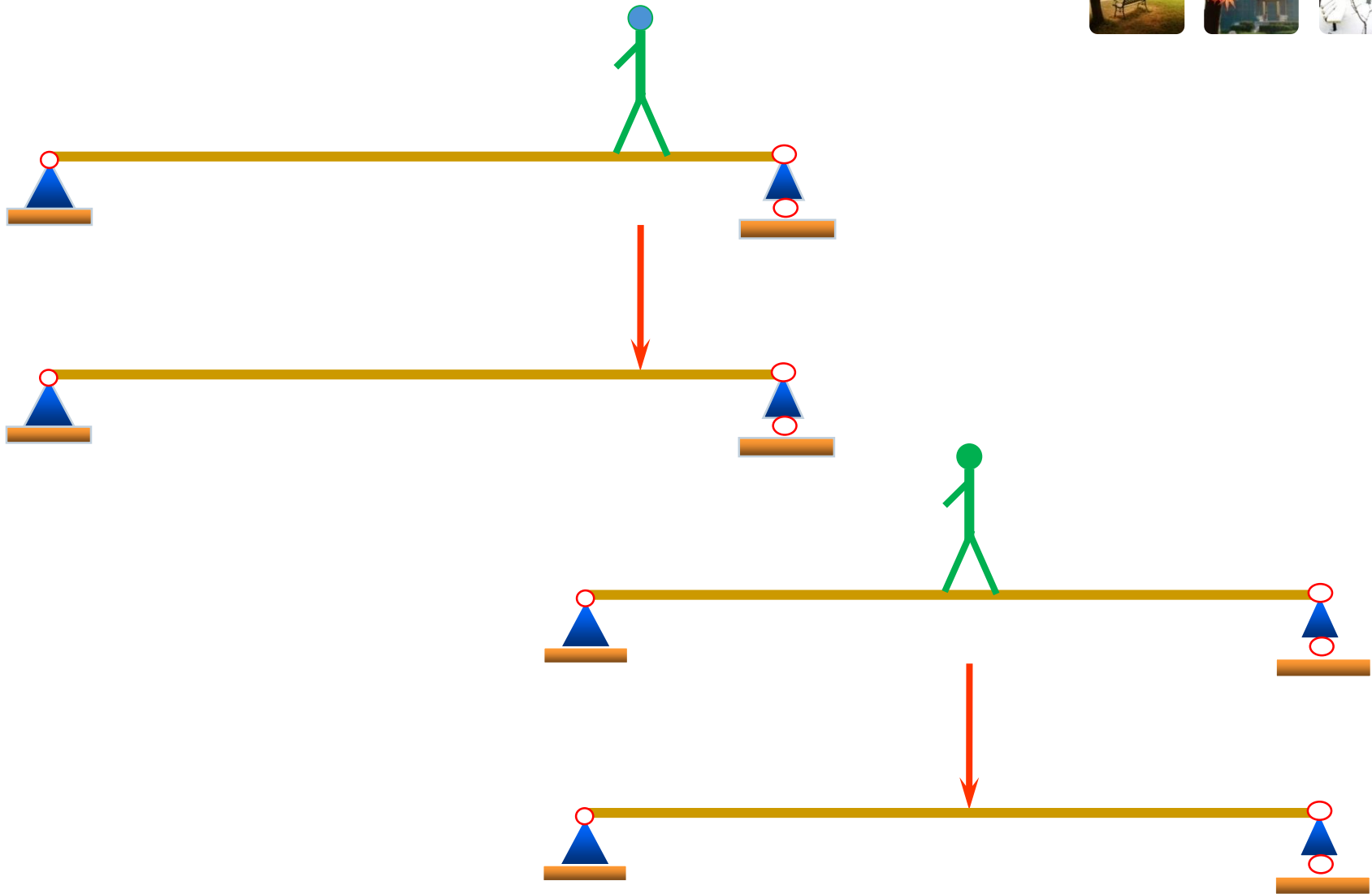
支承的位置不仅与外力有关？

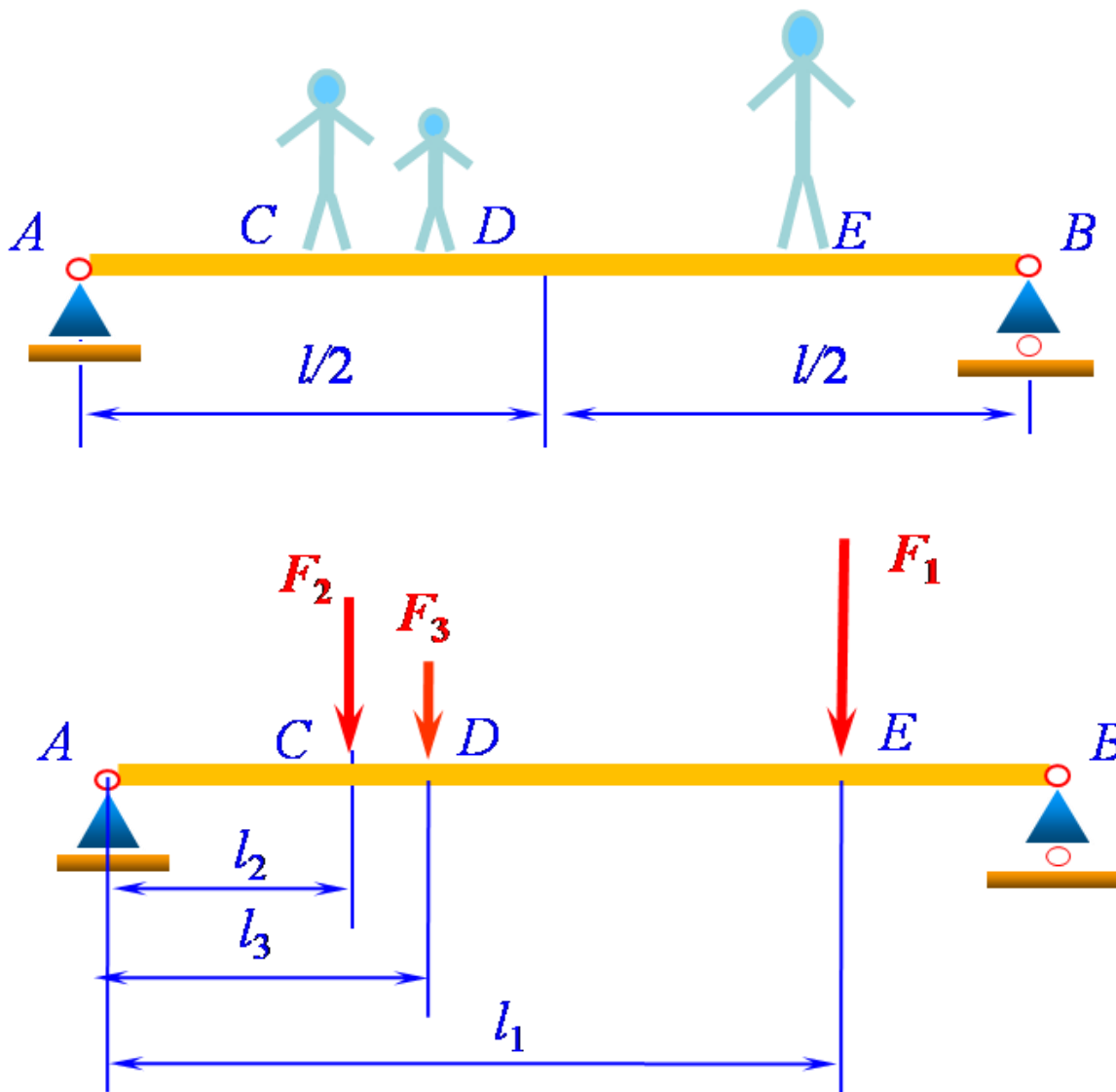
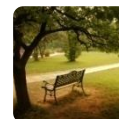
支承位置怎样确定？





再看看小河上的木板桥什么地方最容易发生破坏？





哪里最容易发生破坏?



研究强度、刚度、稳定性问题，必须首先研究内力。

内力不只是与外力有关。

千万不要把外力当作内力。



自主学习从问题开始

第二类问题：

什么是内力分量？

不同的内力分量将产生什么变形？

怎样确定内力分量的大小？怎样规定内力分量的正负号？

这一类问题涉及的是基本概念与方法



第二类问题研讨

- 内力分量及其正负号规则
- 确定内力分量的截面法——**不推荐**
- 力系简化方法应用于确定内力分量



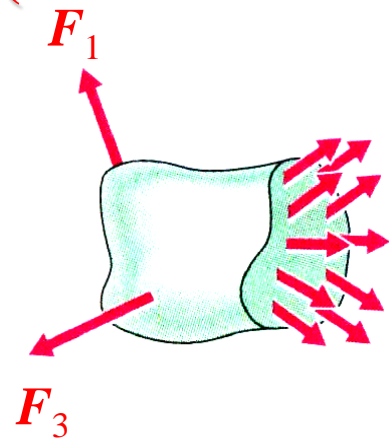
■ 内力分量及其正负号规则



★ 内力主矢、内力主矩与内力分量

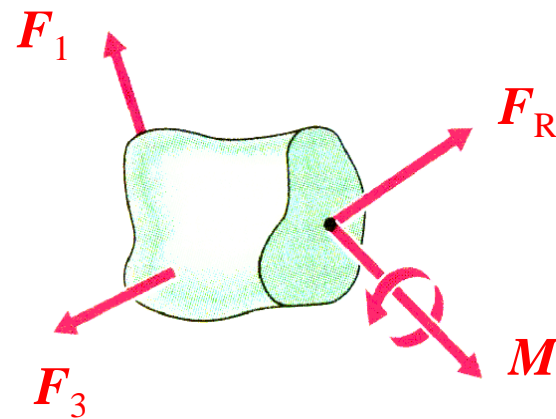


内力主矢与内力主矩 (Resultant Force and Resultant Moment)



分布内力

内力主矢与主矩





内力分量

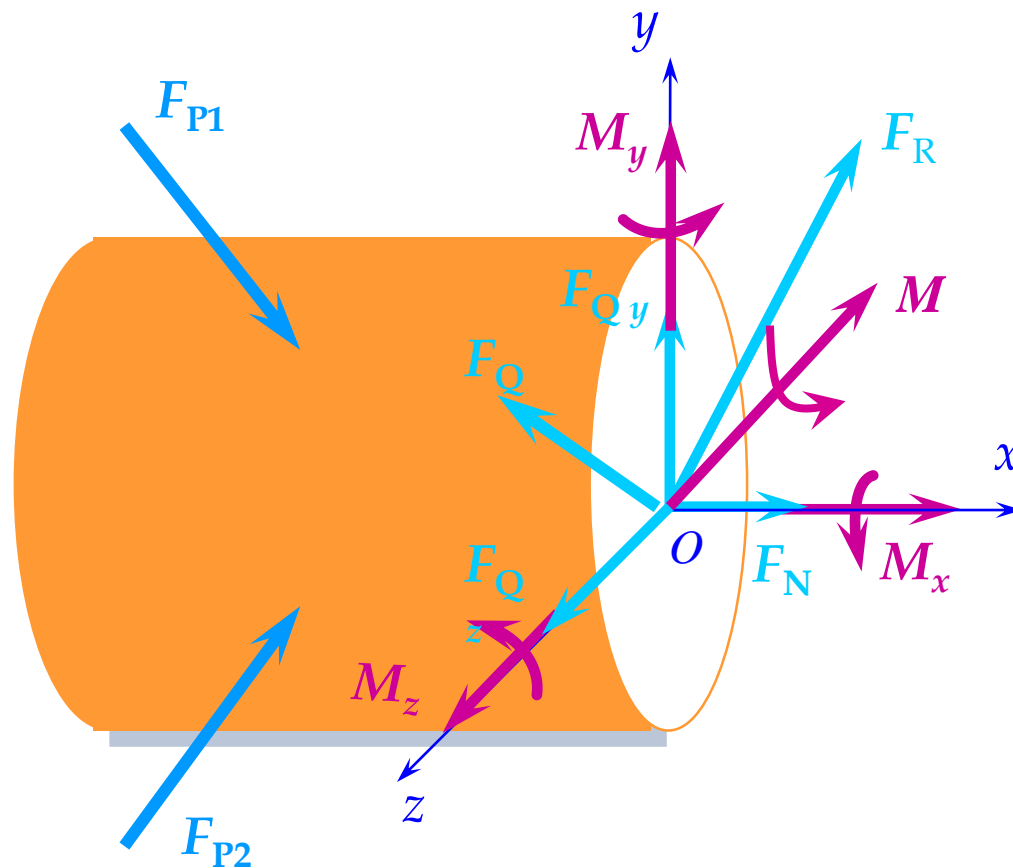
(Components of the Internal Forces)

内力主矢与主矩在确定坐标系中的分量称为内力分量。



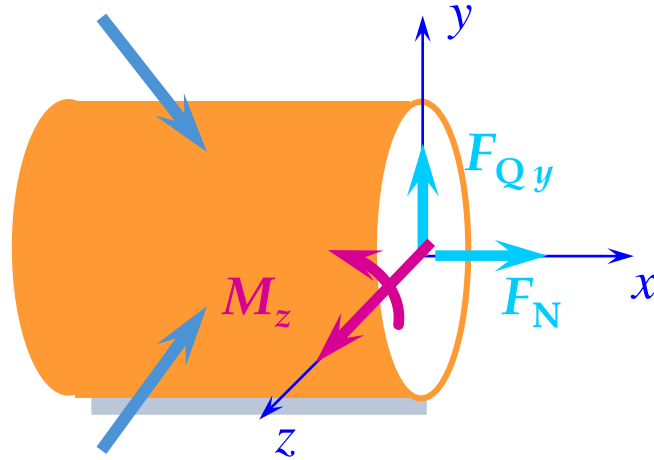
一般情形

以横截面面积的形心为坐标原点、建立 $Oxyz$ 坐标系，其中 x 轴沿杆件的轴线方向； y 轴和 z 轴为主轴方向。

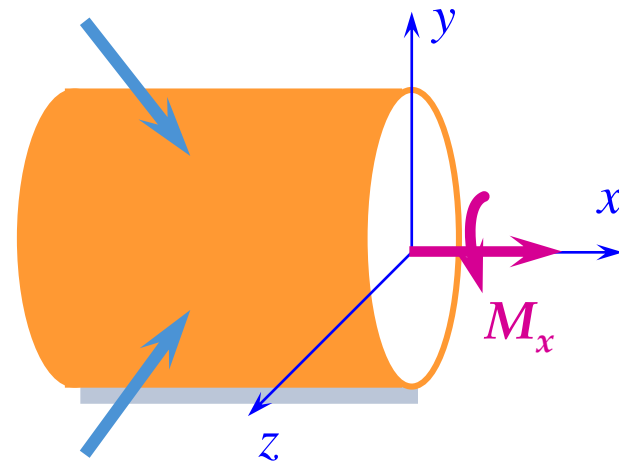




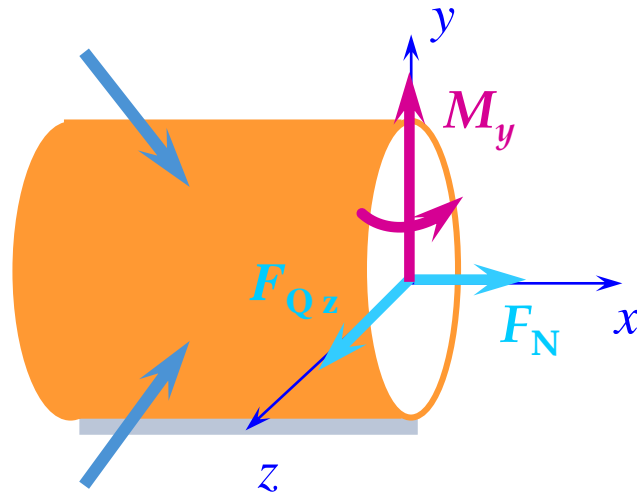
xy 平面



yz 平面



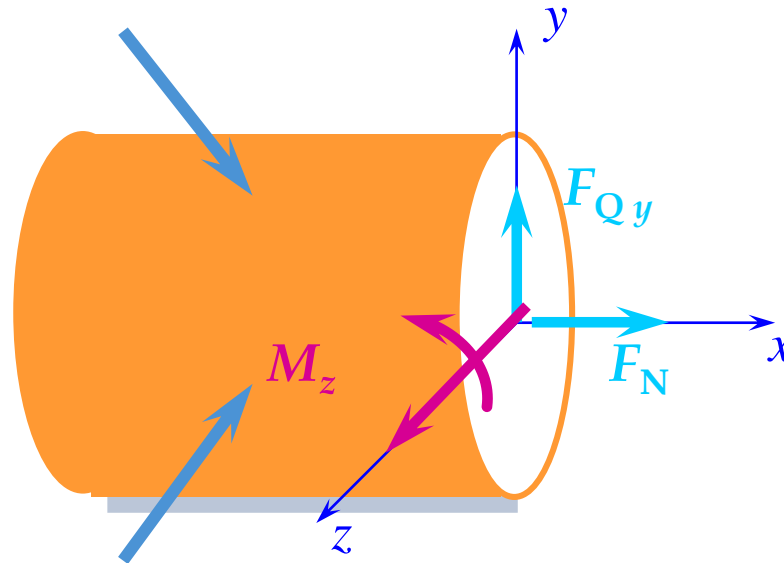
xz 平面



xy 平面和 xz 平面的作用效果是相似的。



xy 平面

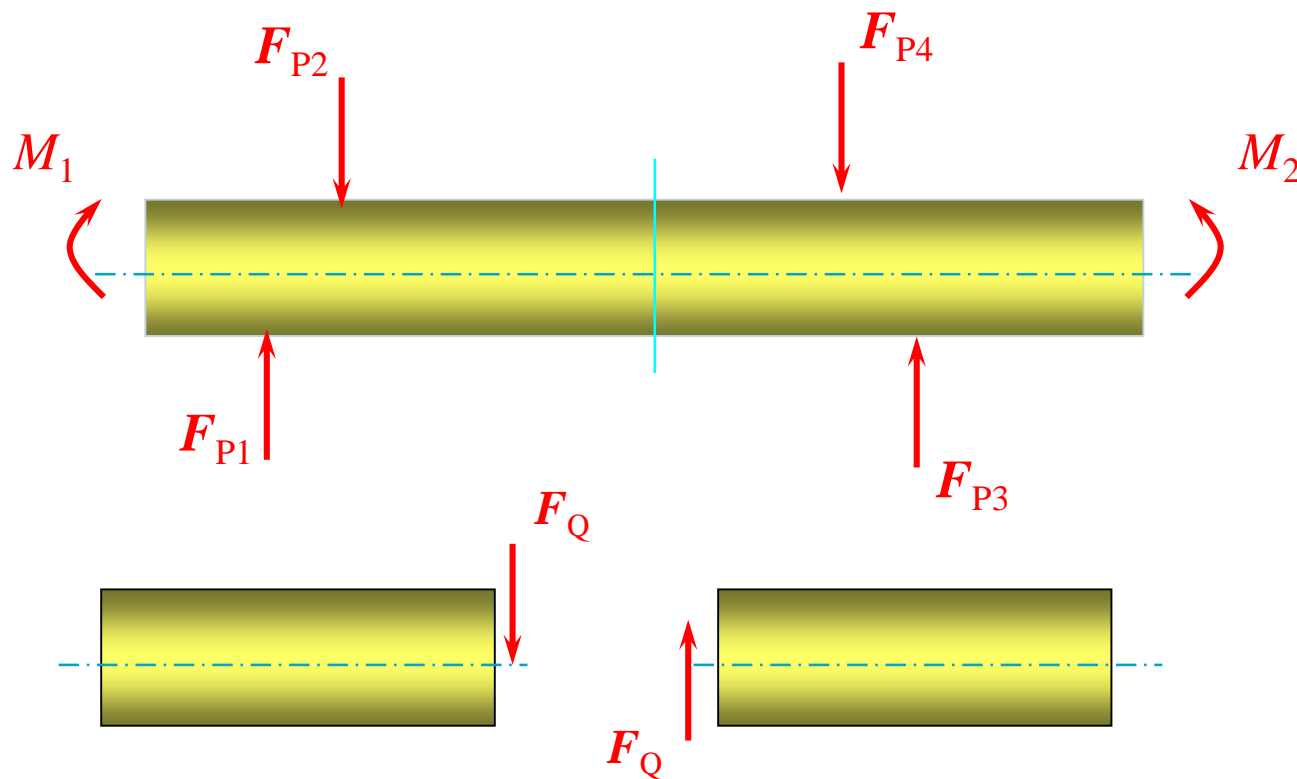




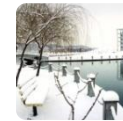
■ 内力分量的正负号规则



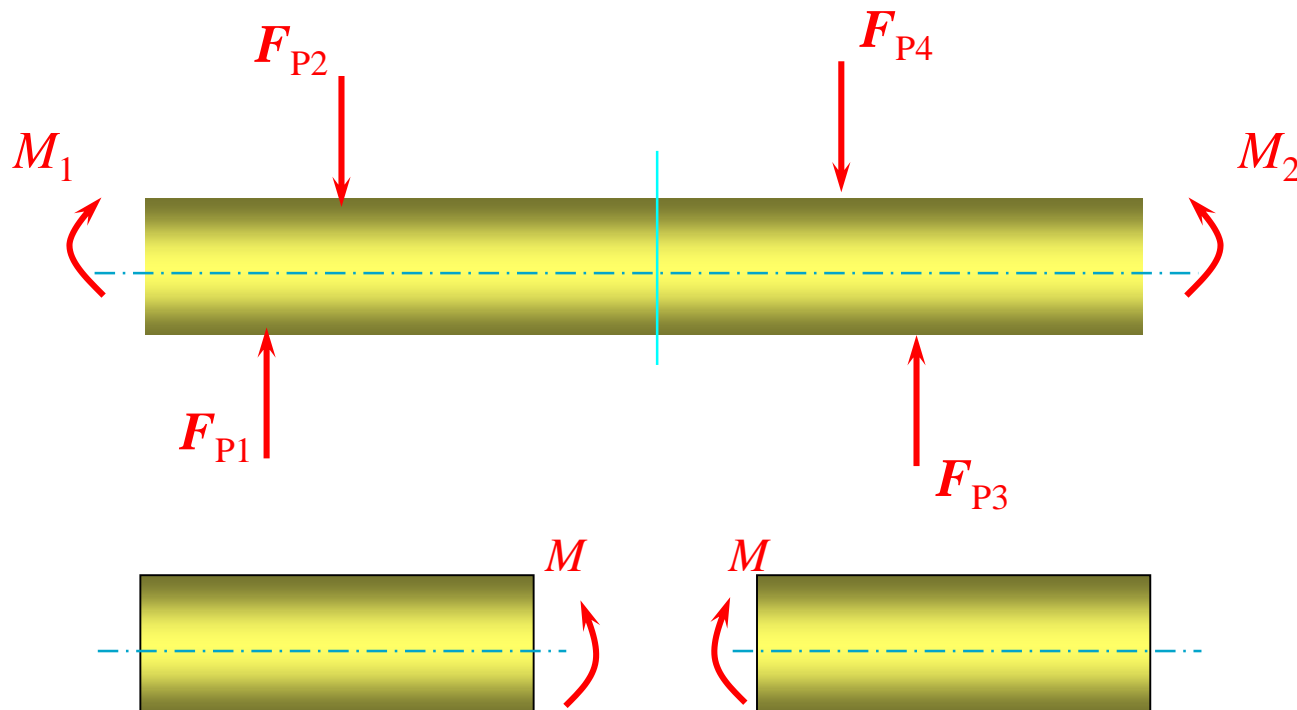
规定内力分量正负号的原则



同一截面两侧的内力分量都是反向的，
但必须具有相同的正负号



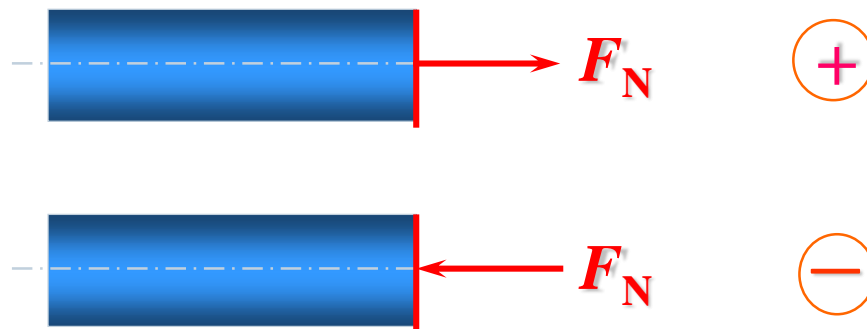
规定内力分量正负号的原则



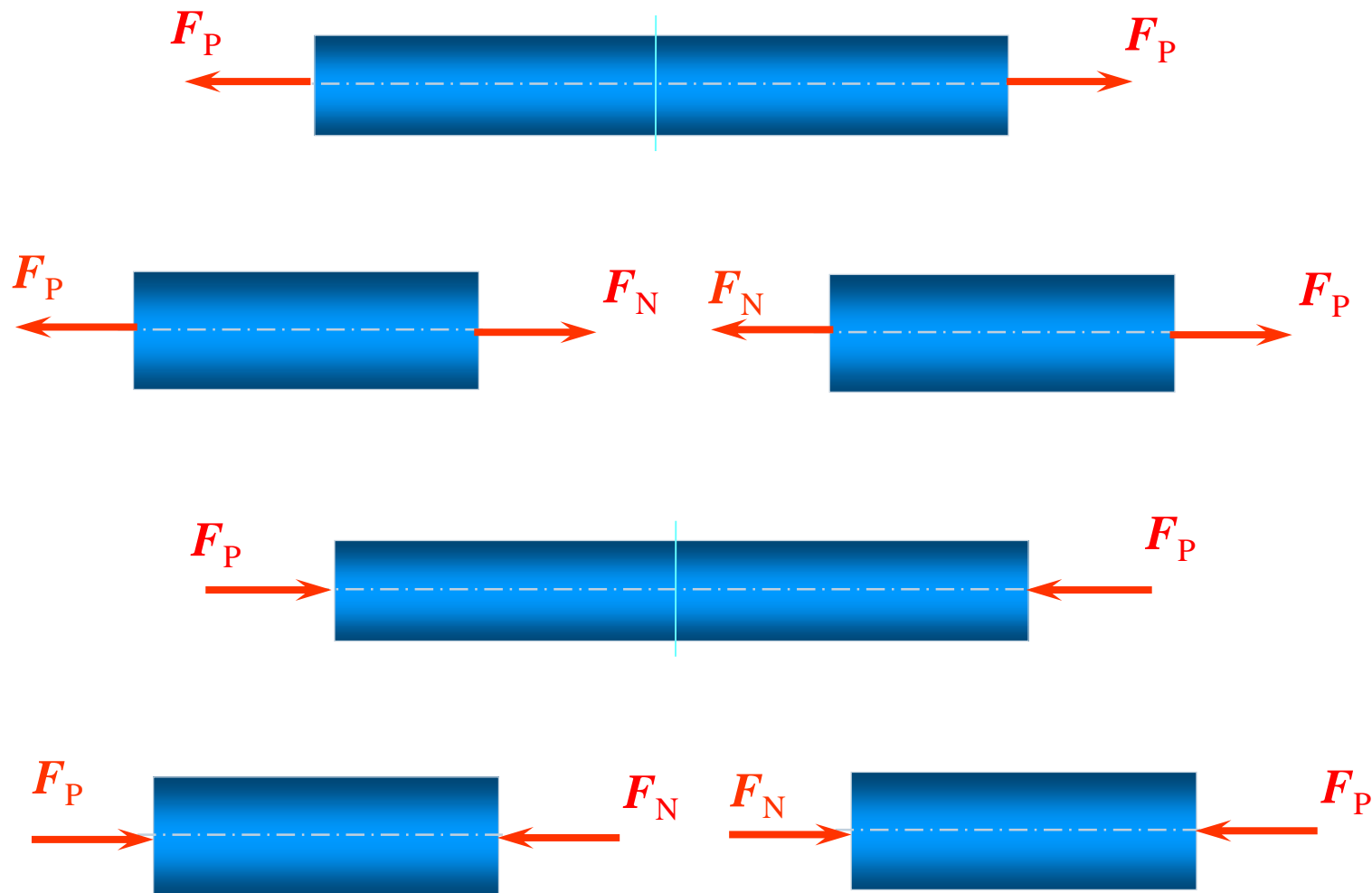
同一截面两侧的内力分量都是反向的，
但必须具有相同的正负号

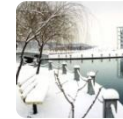


轴力的正负号规则

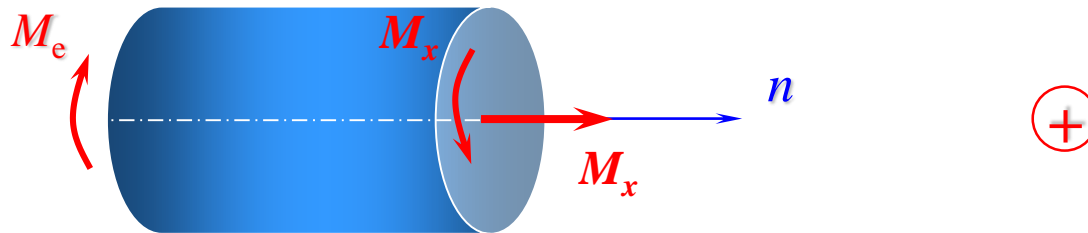


轴力拉为正、压为负





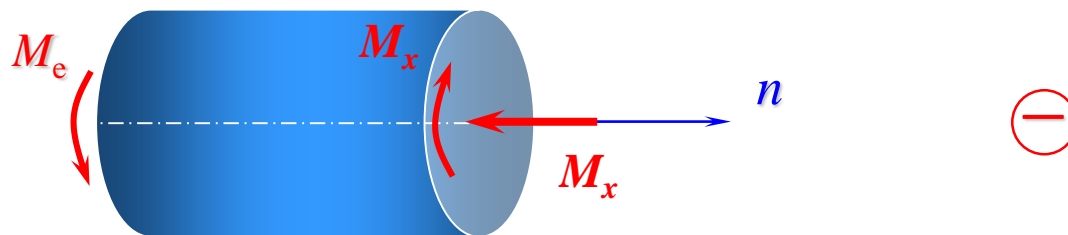
扭矩的正负号规则



扭矩矢量与所在横截面的外法线方向一致时，
扭矩为正。



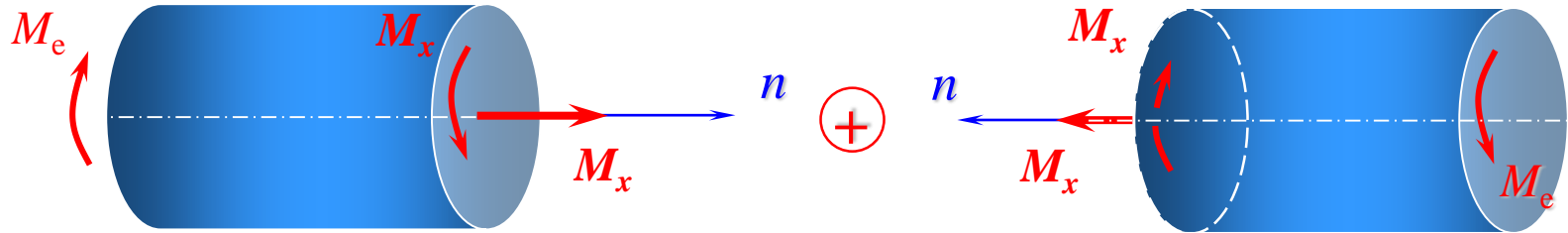
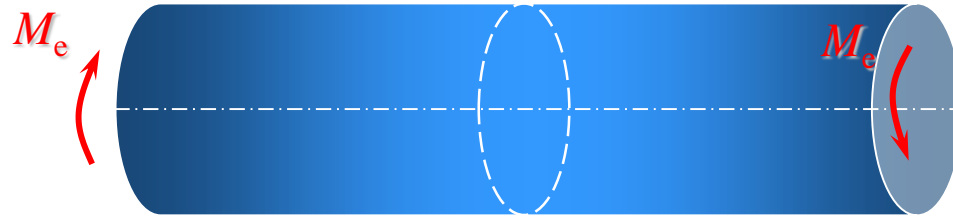
扭矩的正负号规则



扭矩矢量与所在横截面的外法线方向相反时，扭矩为负。



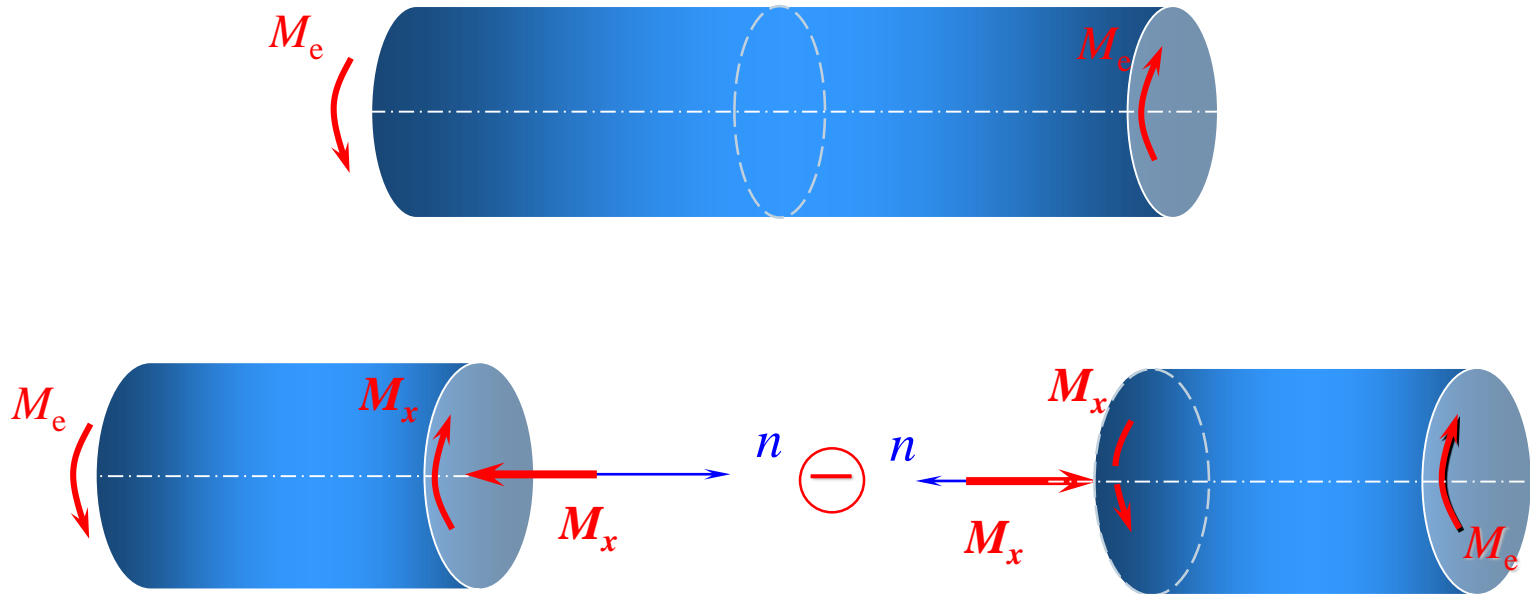
扭矩的正负号规则



同一截面两侧的扭矩同为正。



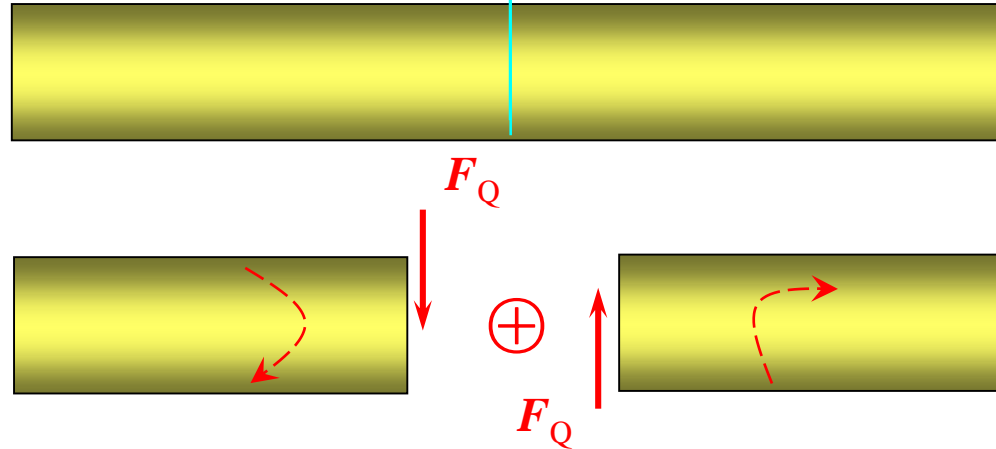
扭矩的正负号规则



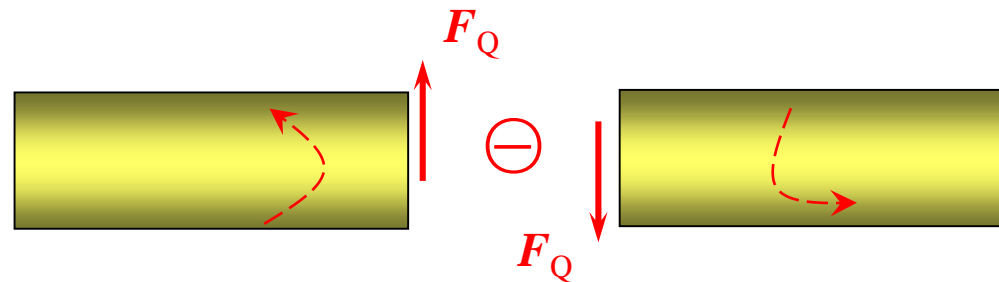
同一截面两侧的扭矩同为负。



剪力的正负号规则



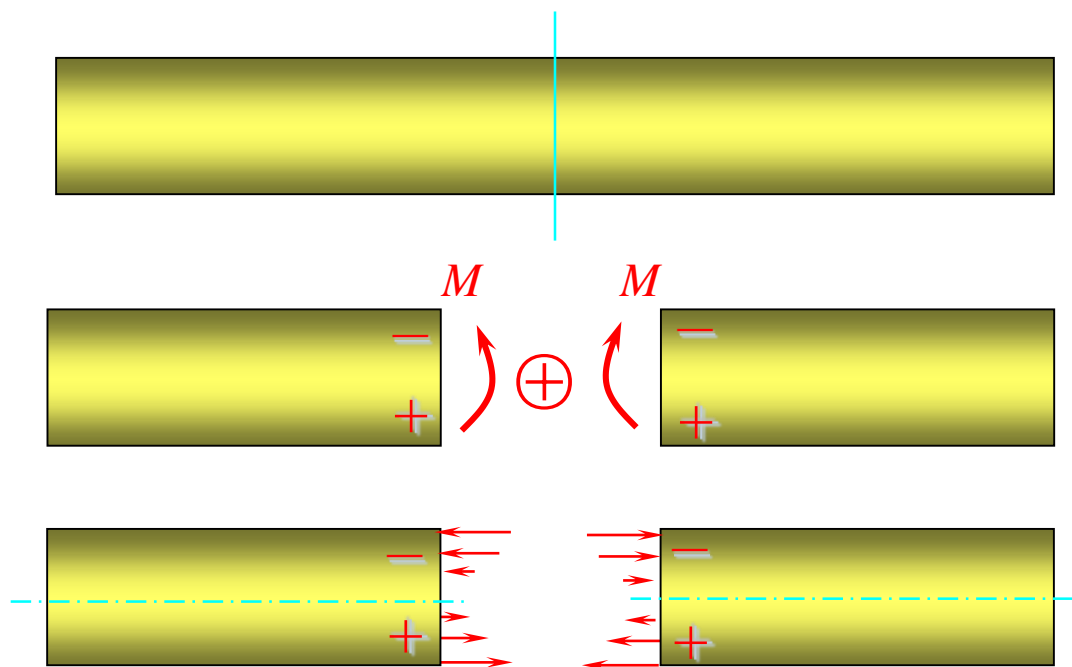
使截开部分产生顺时针转动趋势的剪力为正。



使截开部分产生逆时针转动趋势的剪力为负。



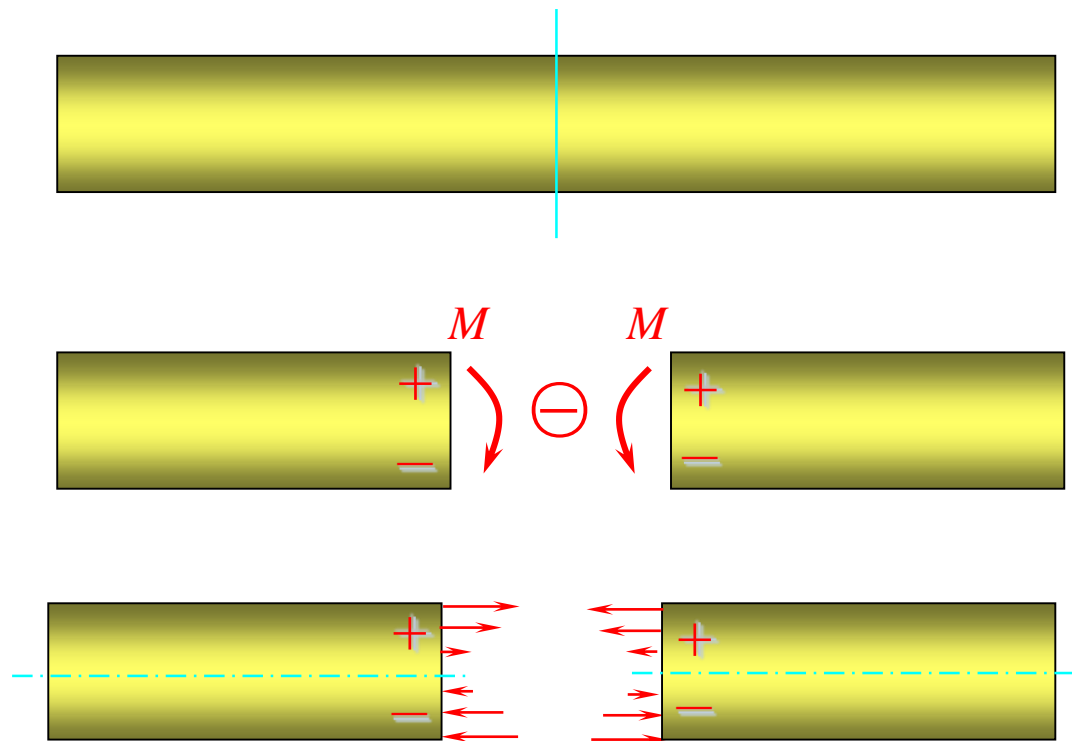
弯矩的正负号规则



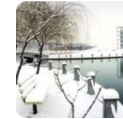
使截开的横截面下边受拉、上边受压的弯矩为正。



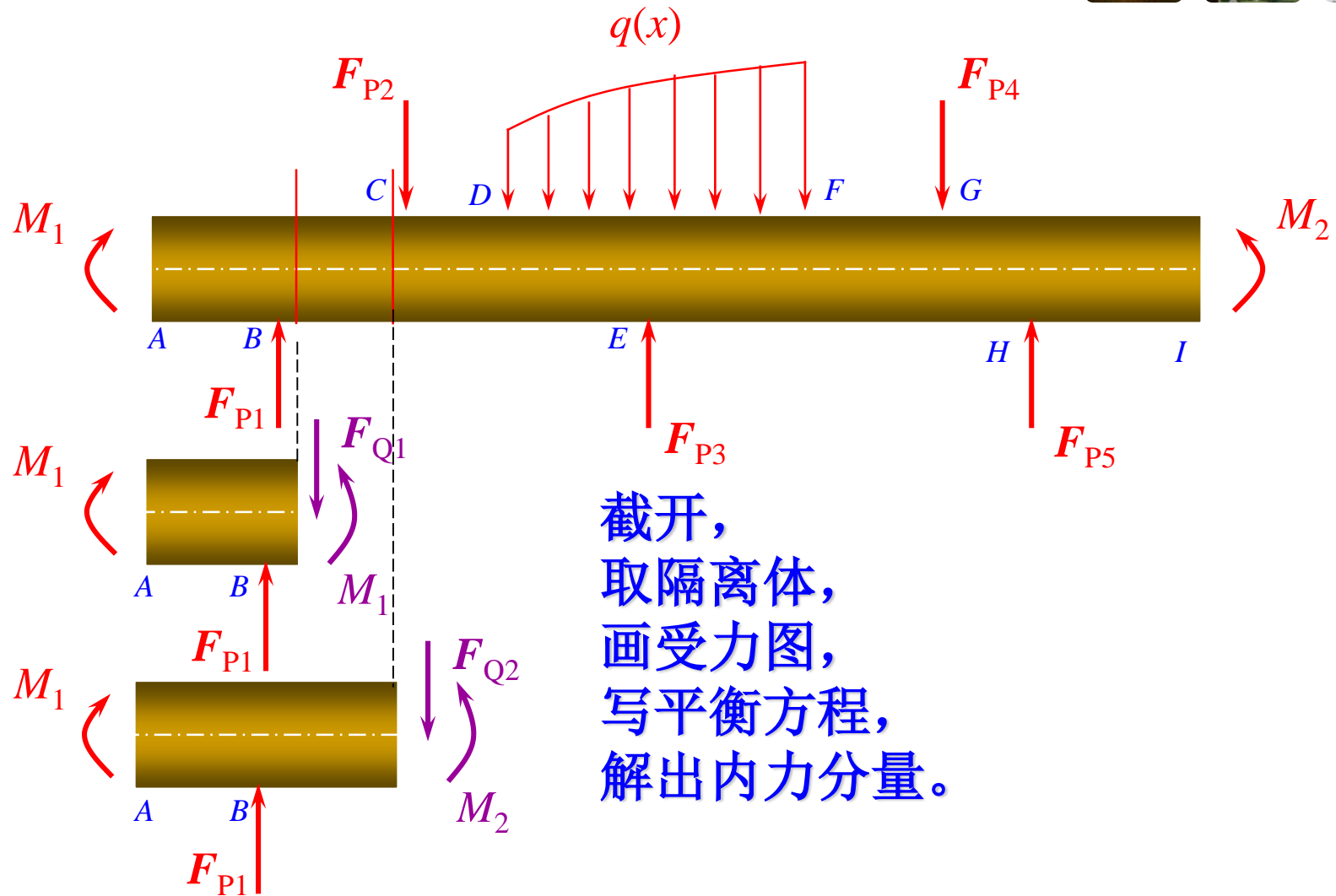
弯矩的正负号规则



使截开的横截面上边受拉、下边受压的弯矩为负。

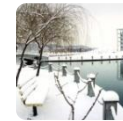


■ 确定内力分量的截面法 ——不推荐

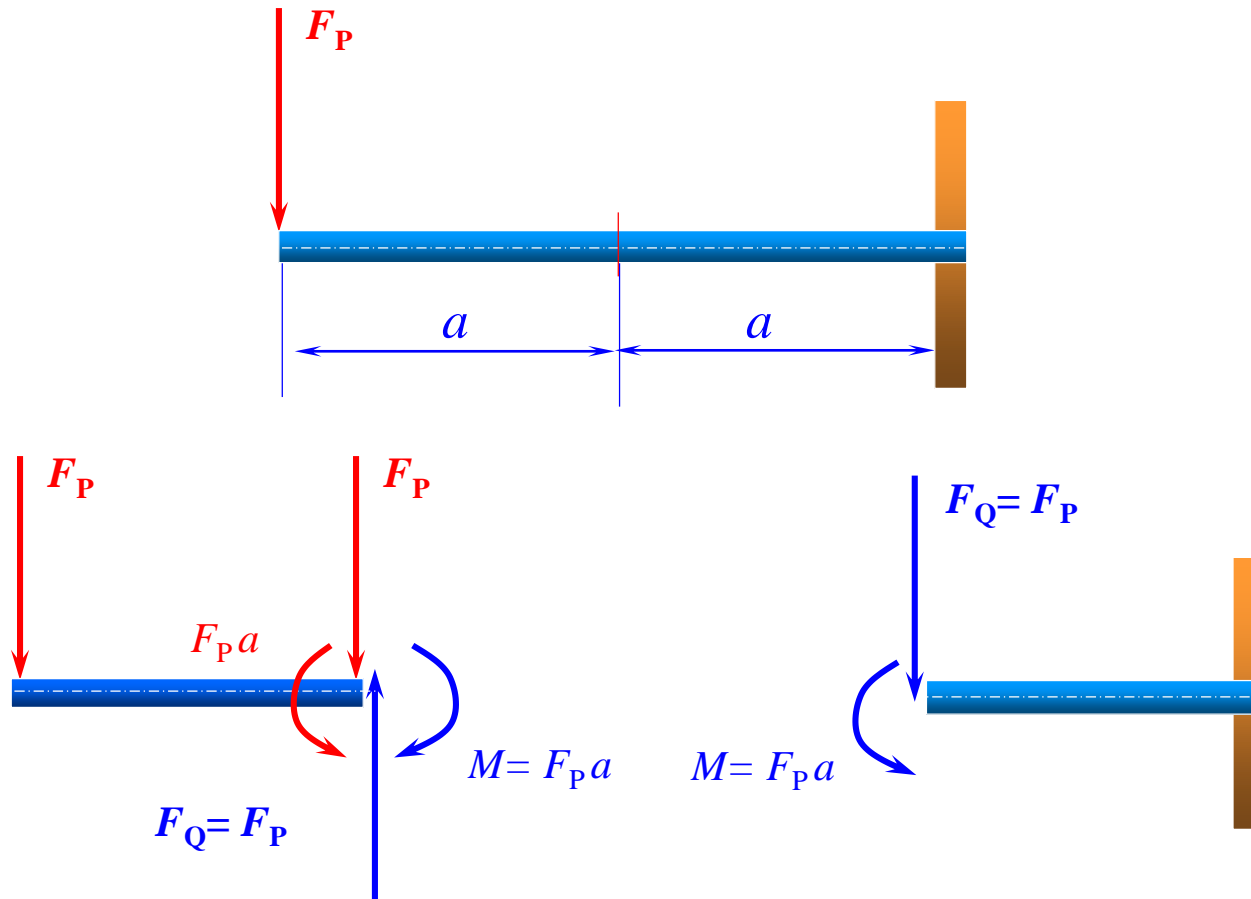




■ 力系简化方法 应用于确定内力分量



力系简化方法求横截面上的剪力和弯矩

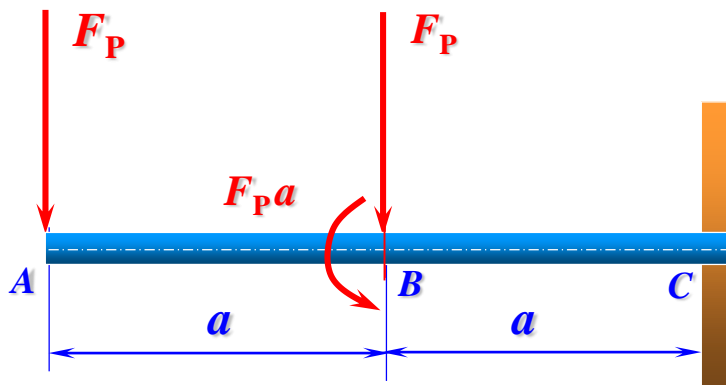




力系简化方法求横截面上的剪力和弯矩

将外力向所要求内力的截面简化，得到的就是这一截面上内力的数值。

内力的正负号则要根据其作用面确定，其作用面就是与外力不在同一侧的面。



B 截面上的剪力和弯矩：

$$F_Q = -F_P$$

$$M = -F_P a$$



简化所得剪力和弯矩正负号的确定

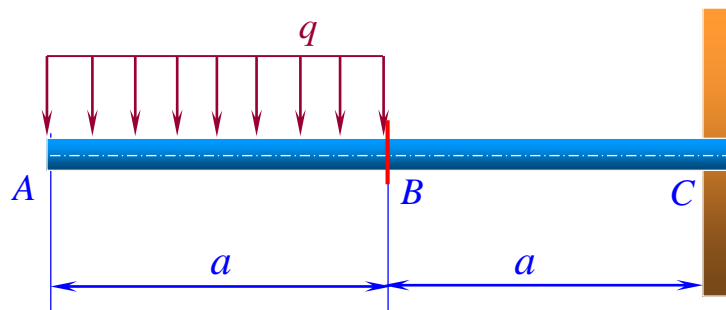
剪力若使不在同一侧的那部分产生顺时针转动趋势者为正；产生逆时针转动趋势者为负。

弯矩使截面上面受压、下面受拉者为正；使截面上面受拉、下面受压者为负。



能力训练 1

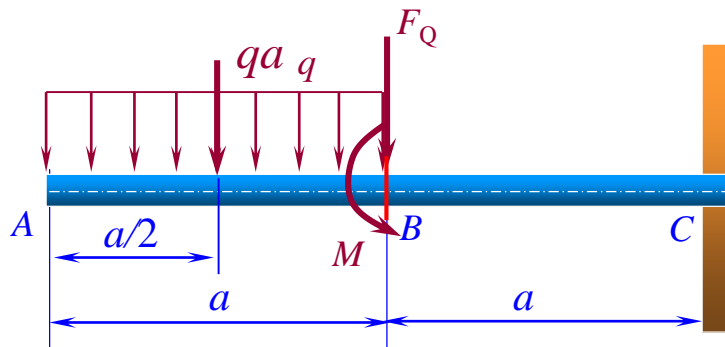
悬臂梁受力如图所示，已知 q 、 a ，试确定B截面上剪力和弯矩的大小与正负。





能力训练 1

悬臂梁受力如图所示，已知 q 、 a ，试确定B截面上剪力和弯矩的大小与正负。

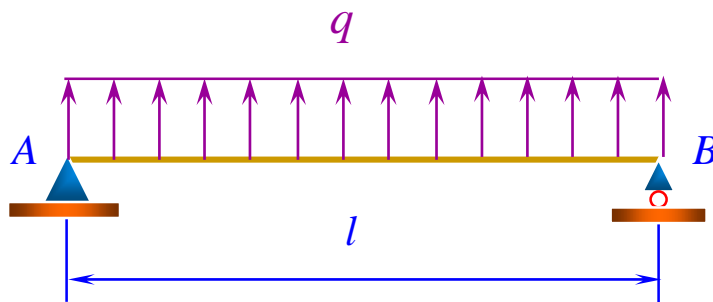


$$F_Q = -qa$$

$$M = -\frac{qa^2}{2}$$

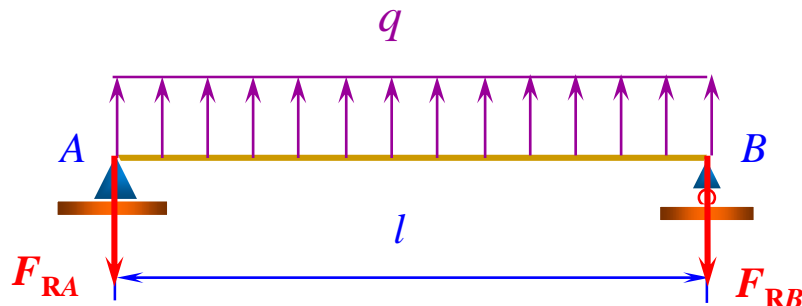


能力训练 2



简支梁承受集度为 q 的均布载荷作用，梁的长度为 l 。

试写出：该梁的剪力方程和弯矩方程。



解：1. 确定约束力

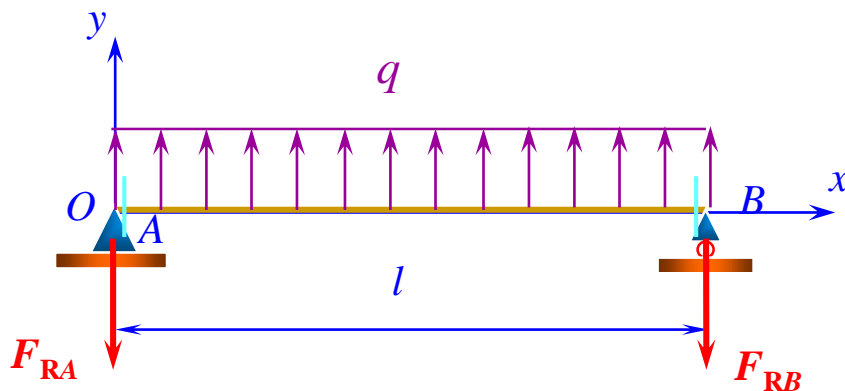
因为只有铅垂方向的外力，所以支座A的水平约束力等于零。又因为梁的结构及受力都是对称的，故支座A与支座B处铅垂方向的约束力相同。

于是，根据平衡方程 $\sum M_A = 0, \sum M_B = 0$

求得：

$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{ql}{2}$$

确定约束力之后需要校核是否正确，这是后继计算的基础。

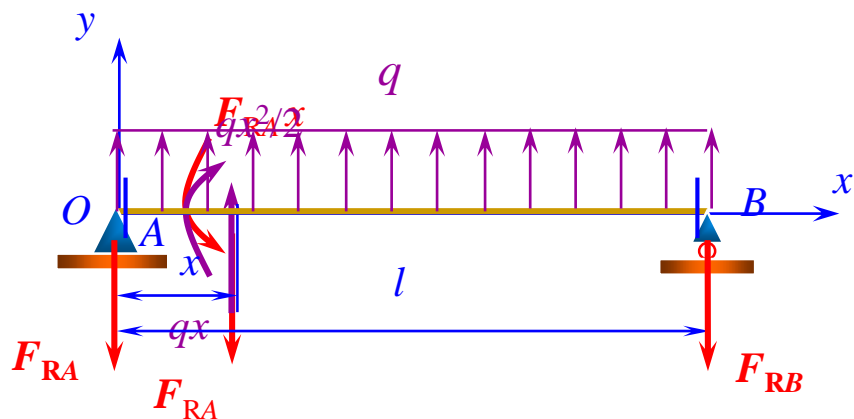


解：2. 建立 Oxy 坐标系

以梁的左端A为坐标原点，
建立 Oxy 坐标系，

3. 确定分段

因为梁上只作用有连续分布载荷(载荷集度没有突变)，没有集中力和集中力偶的作用，所以，从A到B梁的横截面上的剪力和弯矩可以分别用一个方程描述。



解：4. 确定剪力方程和弯矩方程

在A和B之间任取一横截面（设截面的坐标为 x ），将其左侧的均布载荷和约束力向这一截面简化得到：

$$F_Q(x) = -F_{RA} + qx = -\frac{ql}{2} + qx \quad (0 \leq x \leq l)$$

$$M(x) = -F_{RA} \times x + qx \times \frac{x}{2} = \frac{qx^2}{2} - \frac{ql}{2}x \quad (0 \leq x \leq l)$$

根据剪力方程和弯矩方程可以分别画出剪力图和弯矩图。

不写剪力方程和弯矩方程能不能画出剪力图和弯矩图？



自主学习从问题开始

第三类问题：

内力的变化如何描述和表达？

内力图有几种？比较简单的是哪一种？

画剪力图和弯矩图是不是很难？

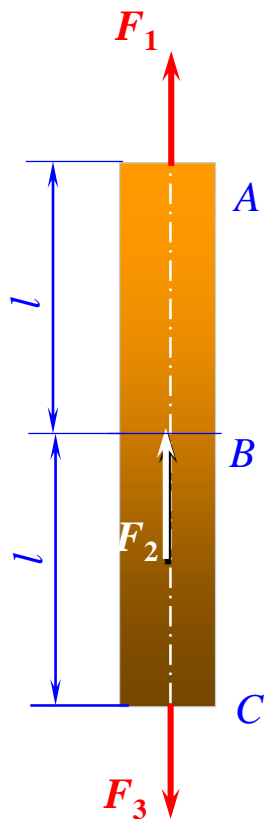
这一类问题涉及的是数学思维



- 画轴力图和扭矩图的简洁方法
- 载荷集度、剪力、弯矩之间关系的微分方程
- 微分方程的反运算
- 快速、准确画剪力图和弯矩图的要点
- 单根杆内力图的扩展——刚架的内力与内力图



■ 画轴力图和扭矩图的简洁方法

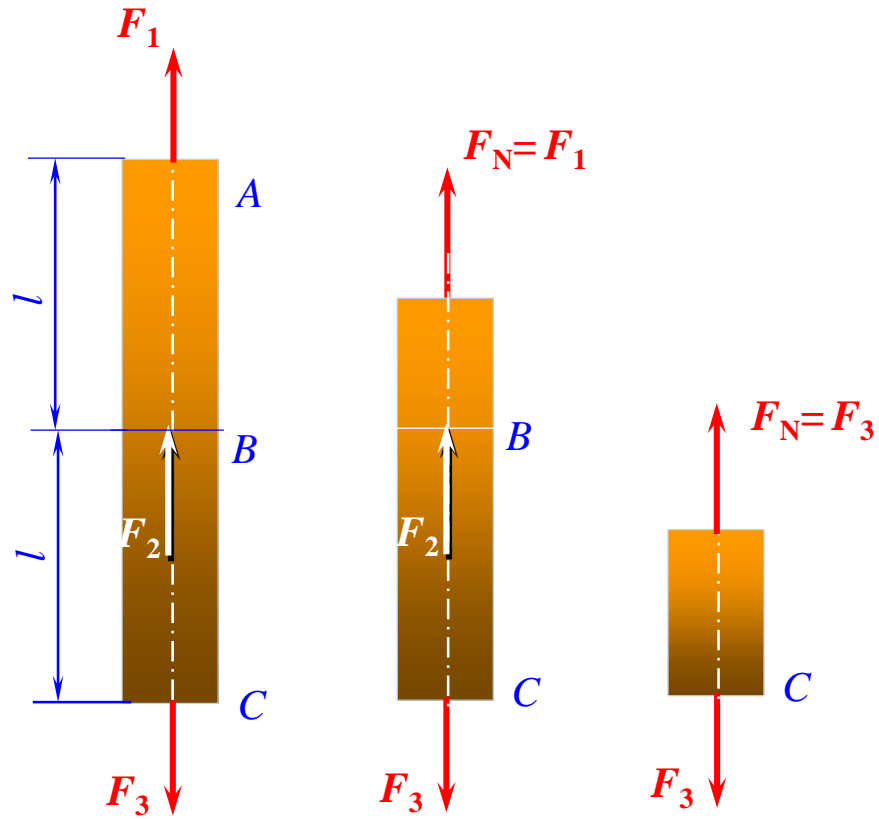


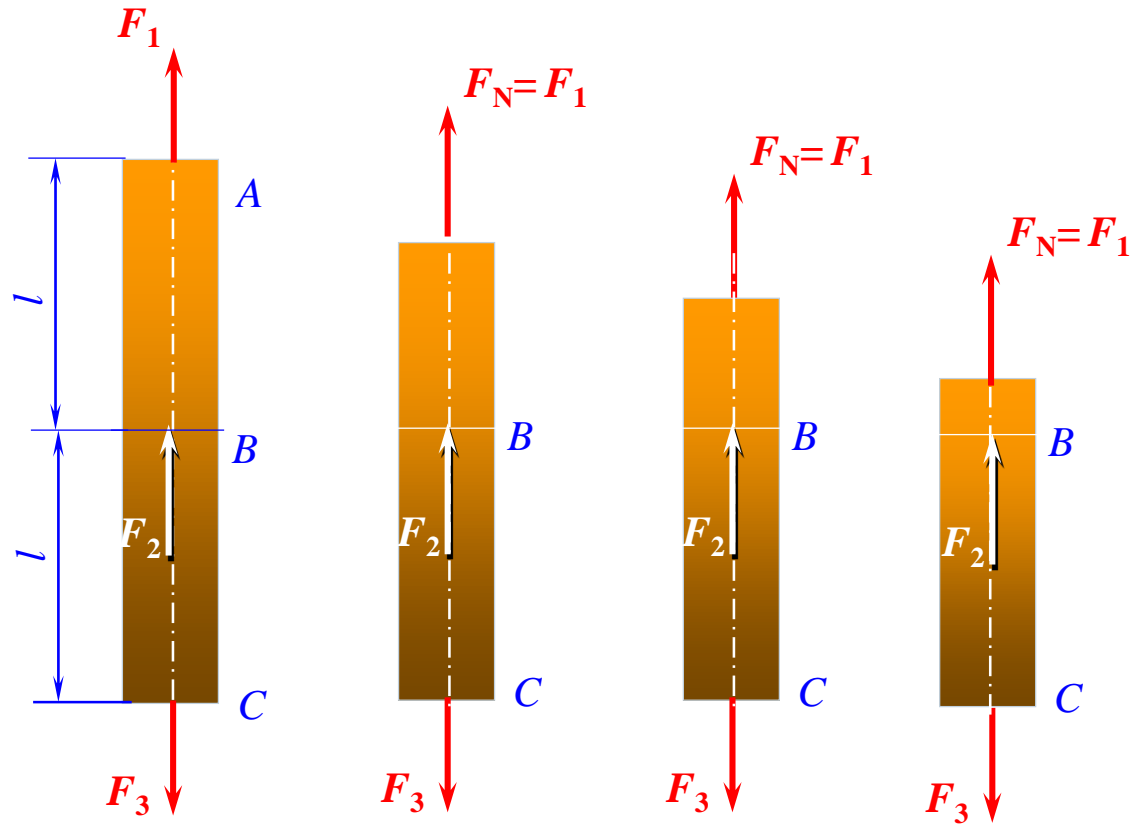
直杆在A、B、C两处作用有集中载荷 F_1 、 F_2 和 F_3 ，其中 $F_1=5\text{ kN}$ ， $F_2=5\text{ kN}$ ， $F_3=10\text{ kN}$ 。

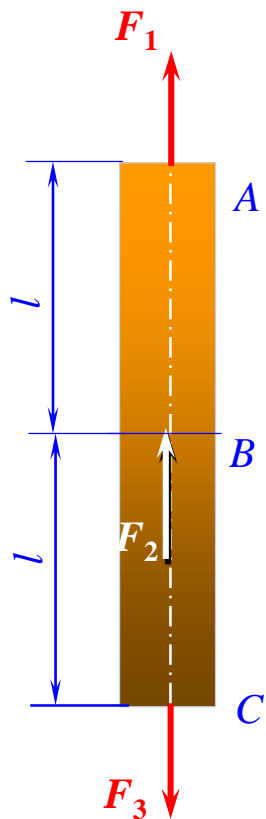
请大家分析和研究：

1. AB和BC段的轴力是否相同？

2. AB（或BC）段各个横截面上的轴力是否相同？



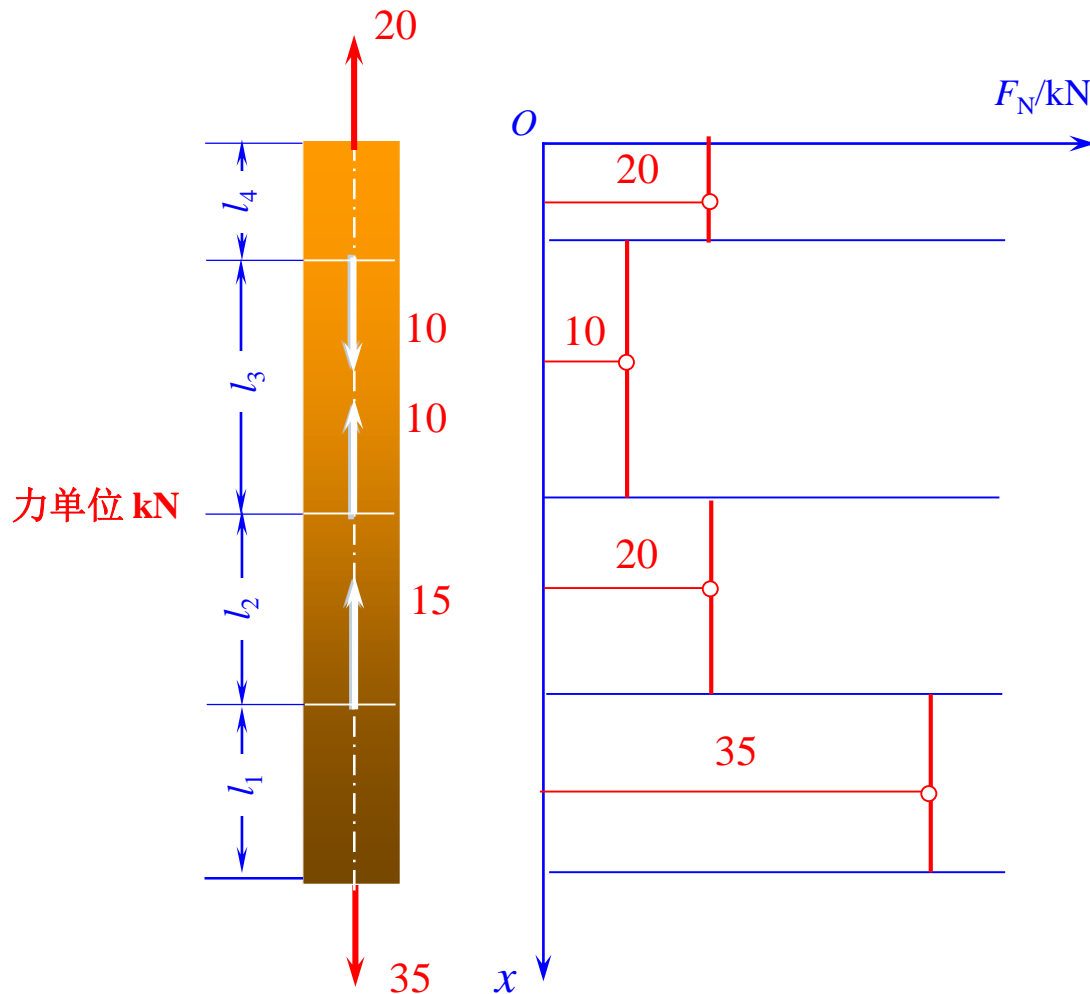
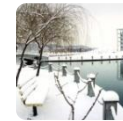




分析得到的结论

当杆件上没有连续分布载荷，只有集中力作用时：

1. 各段的轴力各不相同。
2. 同一段上所有横截面上的轴力都相同。



总体分析

1、有几段？

2、各段的轴力各不相同，但每一段内所有横截面上的轴力都相同。

3、各段内任选一截面，确定其上轴力的大小和拉压的性质。



绘制轴力图的方法与步骤

首先，建立 F_N-x 坐标系，纵轴 x 沿着杆件的轴线方向；

其次，根据根据集中力作用点分段；

第三，应用力系简化的方法，确定各段中任意横截面上的轴力，标在 F_N-x 坐标系中；

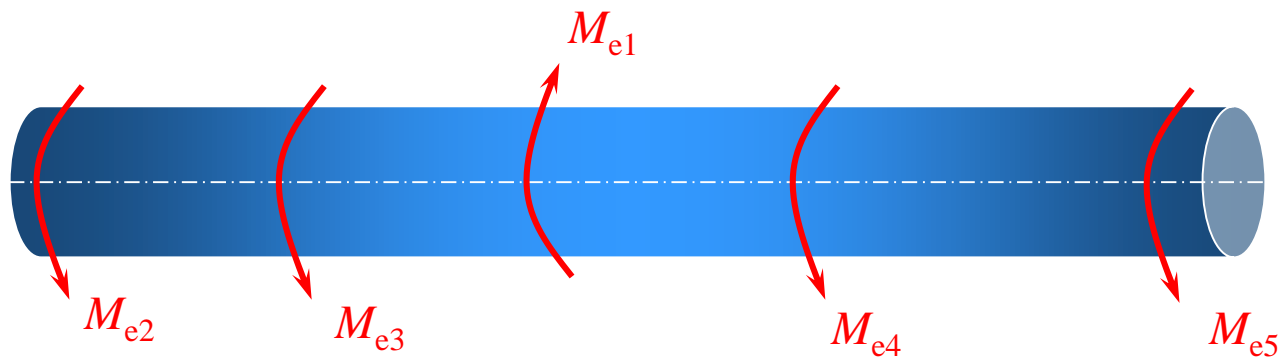
最后，在各段中的轴力分别从标在 F_N-x 坐标系中的点处作平行于 x 轴的平行线，得到杆件的轴力图。



能力训练 3

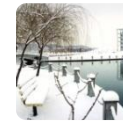
自己动手，自行设计一道轴力图的问题

分段不限，受力个数不限



$$M_{e1} = M_{e2} + M_{e3} + M_{e4} + M_{e5}$$

当在轴的长度方向上有两个以上的外加集中力偶矩作用时，轴各段横截面上的扭矩将是不相等的，但是同一段中所有横截面上的扭矩都是相等的。



绘制扭矩图的方法与绘制轴力图的方法相似

首先，建立 M_x-x 坐标系，纵轴 x 沿着杆件的轴线方向；

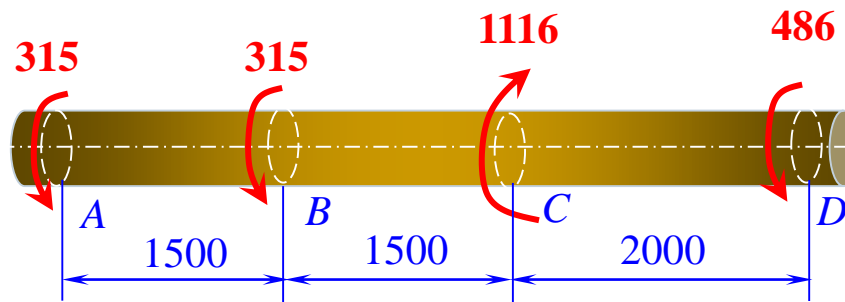
其次，根据根据集中力偶作用点分段；

第三，应用力系简化的方法，确定各段中任意横截面上的扭矩，标在 M_x-x 坐标系中；

最后，在各段中的扭矩分别从标在 M_x-x 坐标系中的点处作平行于 x 轴的平行线，得到杆件的扭矩图。



能力训练 4



圆轴受有四个绕轴线转动的外加力偶，各力偶的力偶矩的大小和方向均示于图中，其中力偶矩的单位为N.m，尺寸单位为mm。

试：画出圆轴的扭矩图。

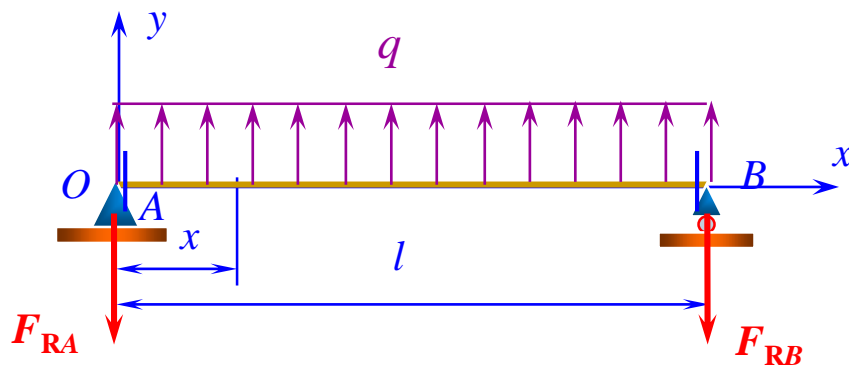


画剪力图和弯矩图就没有这样简单了。

但是如果充分应用数学思维和数学工具，也不会太难。



■ 载荷集度、剪力、弯矩 之间关系的微分方程



$$F_Q(x) = -\frac{ql}{2} + qx$$

$$M(x) = -\frac{ql}{2} \times x + \frac{qx^2}{2}$$

将 $F_Q(x)$ 对 x 求一次导数，将 $M(x)$ 对 x 求一次和二次导数，得到

$$\frac{dF_Q(x)}{dx} = q$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = -\frac{ql}{2} + qx = F_Q$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = q$$



$$\frac{dF_Q}{dx} = q$$

$$\frac{dM}{dx} = F_Q$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q$$

第一式和第三中等号右边的 q 前面有正负号问题，需要注意：

对于向上的均布载荷，微分关系式中的载荷集度 q 前为正号；对于向下的均布载荷，载荷集度 q 前为负号。



根据相距 dx 的两个横截面截取微段的平衡，可以得到载荷集度、剪力、弯矩之间存在下列的微分关系：

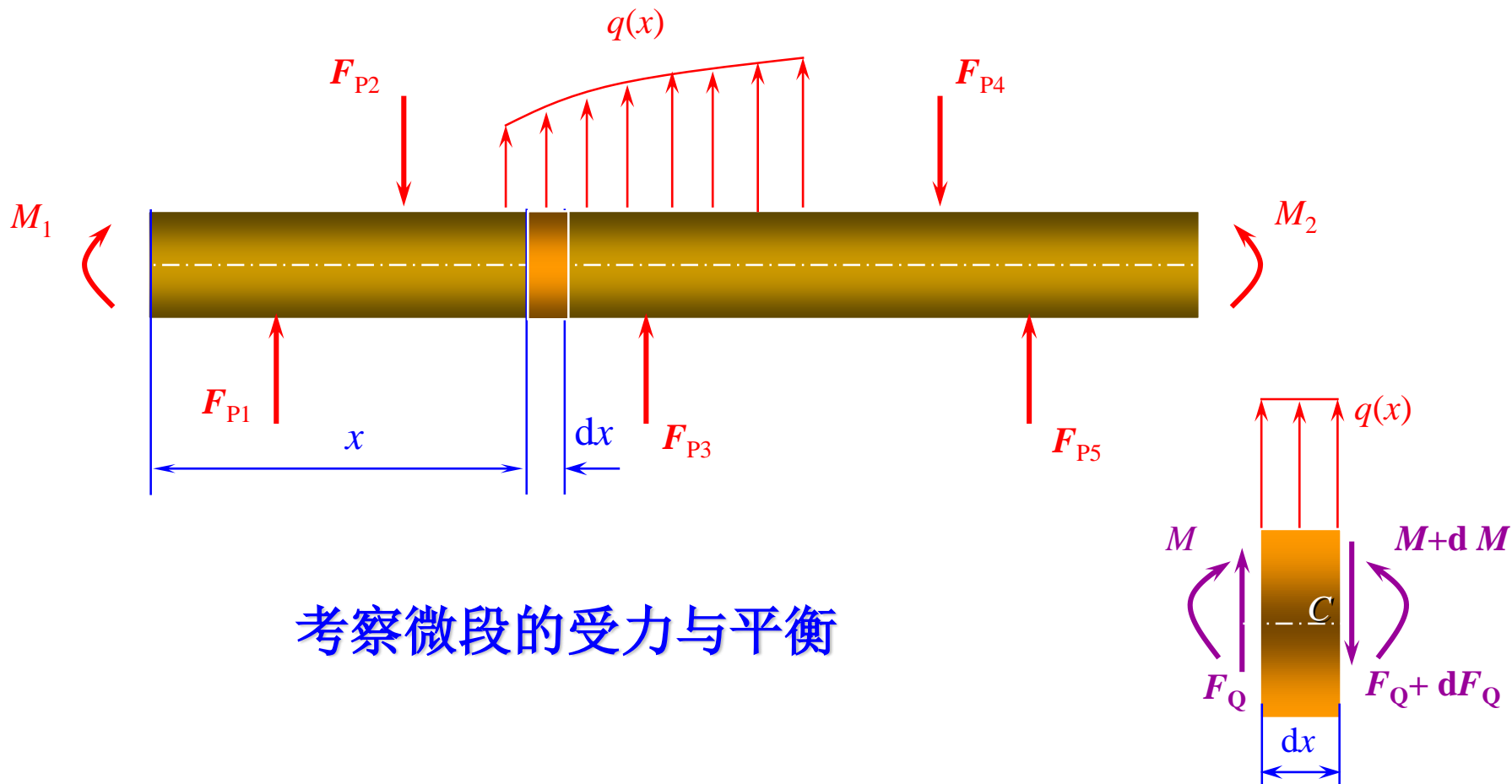
$$\frac{dF_Q}{dx} = q$$

$$\frac{dM}{dx} = F_Q$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q$$



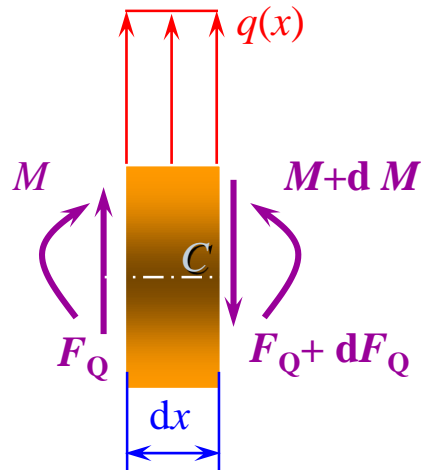
剪力、弯矩与载荷集度之间微分关系的证明



考察微段的受力与平衡



考察微段的受力与平衡



$$\Sigma F_y = 0:$$

$$F_Q + qdx - (F_Q + dF_Q) = 0$$

$$\Sigma M_C = 0:$$

$$-M + (M + dM) - F_Q dx - qdx \times \frac{dx}{2} = 0$$



$$F_Q + qdx - (F_Q + dF_Q) = 0$$

$$-M + (M + dM) - F_Q dx - qdx \times \frac{dx}{2} = 0$$

略去高阶项，得到

$$\frac{dF_Q}{dx} = q \quad \frac{dM}{dx} = F_Q \quad \frac{d^2M}{dx^2} = q$$

此即适用于所有平面载荷作用情形的平衡微分方程。



$$\frac{dF_Q}{dx} = q$$

$$\frac{dM}{dx} = F_Q$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q$$

上述微分关系，也说明剪力图和弯矩图图线的几何形状与作用在梁上的载荷集度有关。



■ 剪力图的斜率等于作用在梁上的均布载荷集度；弯矩图在某一点处的斜率等于对应截面处剪力的数值。



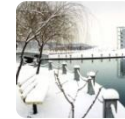
■ 如果一段梁上没有分布载荷作用，即 $q=0$ ，这一段梁上剪力的一阶导数等于零，弯矩的一阶导数等于常数，因此，这一段梁的剪力图为平行于 x 轴的水平直线；弯矩图为斜直线。



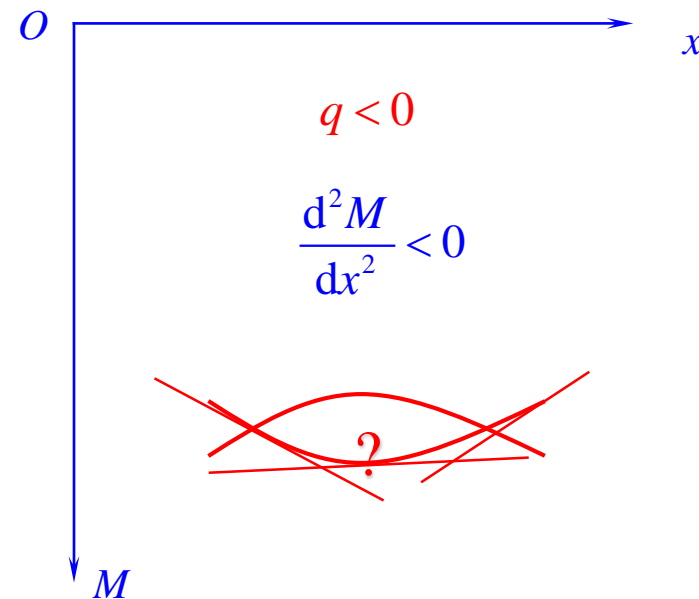
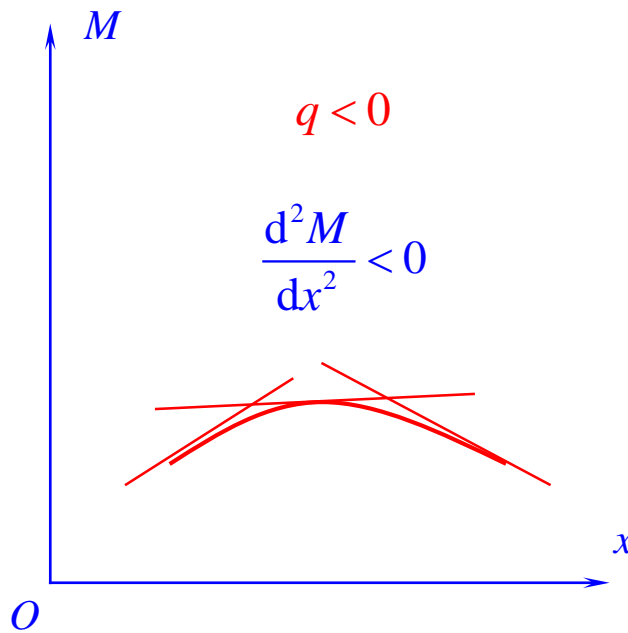
■ 如果一段梁上作用有均布载荷，即 $q =$ 常数，这一段梁上剪力的一阶导数等于常数，弯矩的一阶导数为 x 的线性函数，因此，这一段梁的剪力图为斜直线；弯矩图为二次抛物线。



■ 弯矩图二次抛物线在**确定坐标系的凸凹性与载荷集度 q 的正负有关**：当 q 为正(向上)时，抛物线为凹曲线，凹的方向与 M 坐标正方向一致；当 q 为负(向下)时，抛物线为凸曲线，凸的方向与 M 坐标正方向一致。

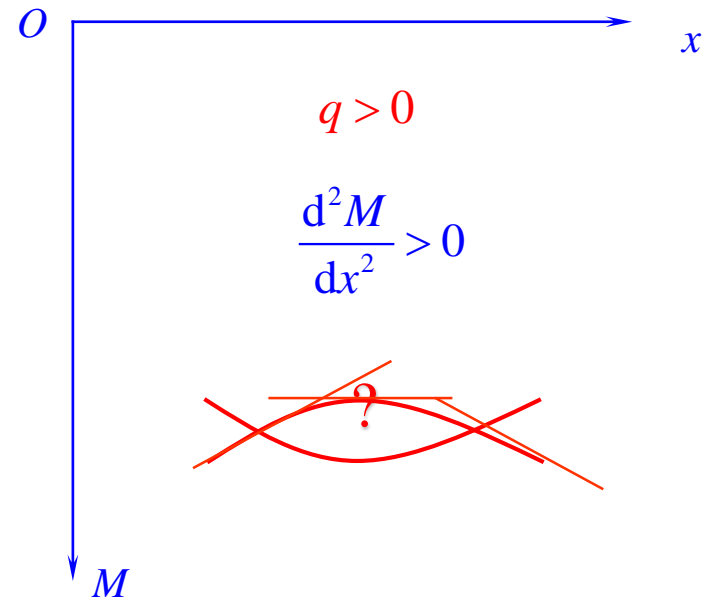
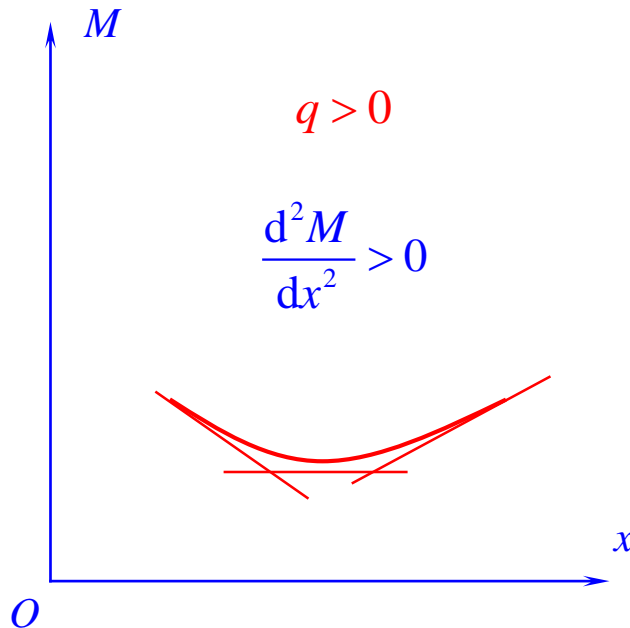


请注意：凸凹方向与M坐标取向有关





请注意：凸凹方向与M坐标取向有关

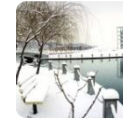




根据梁的某一段上的载荷性质，不用写数学方程，就可以确定这一段梁的剪力图和弯矩图的形状，但是不能确定图形的位置！



当弯矩图为二次抛物线时，要特别关注抛物线有没有极值点以及极值点的位置（剪力 $F_Q=0$ 处）



■ 快速、准确画剪力图和弯矩图的要点



- ★ 三个微分方程确定了图形的形状；
- ★ 分段点上的剪力和弯矩确定图形的位置；
- ★ 对于作用有分布载荷的梁段, 极值点至关重要。



★ 三个微分方程确定了图形的形状:

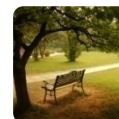
$$\frac{dF_Q}{dx} = q \quad \frac{dM}{dx} = F_Q \quad \frac{d^2M}{dx^2} = q$$

根据外力确定分段

根据外力确定图形形状——直线、曲线

根据外力确定图形何处会有突变

画图之前形成剪力图与弯矩图的大致图像



新的问题

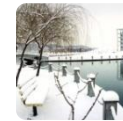
怎样判断有没有极值点？

极值点的位置在哪里？

极值点的弯矩的数值怎样确定？

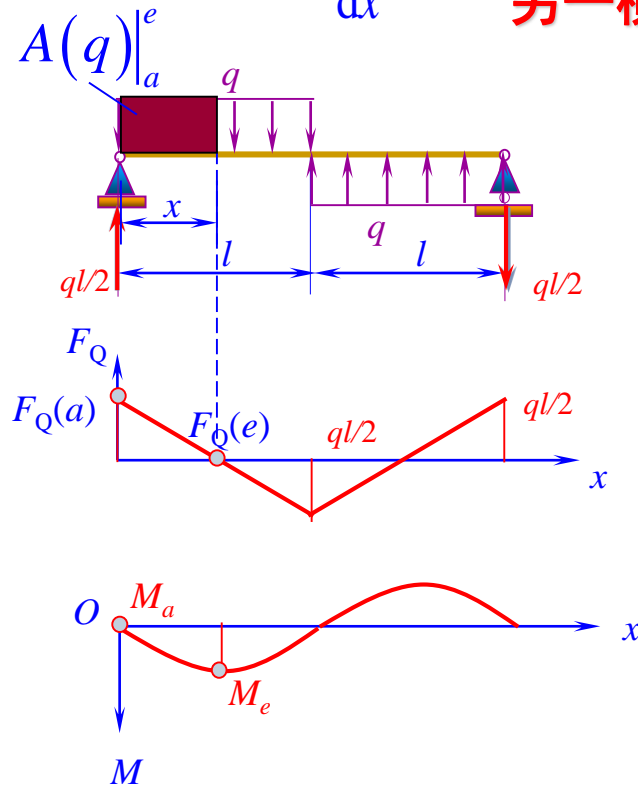


■ 微分方程的反运算



$$\frac{dF_Q}{dx} = q$$

反运算——已知一个横截面上的剪力确定另一横截面上的剪力

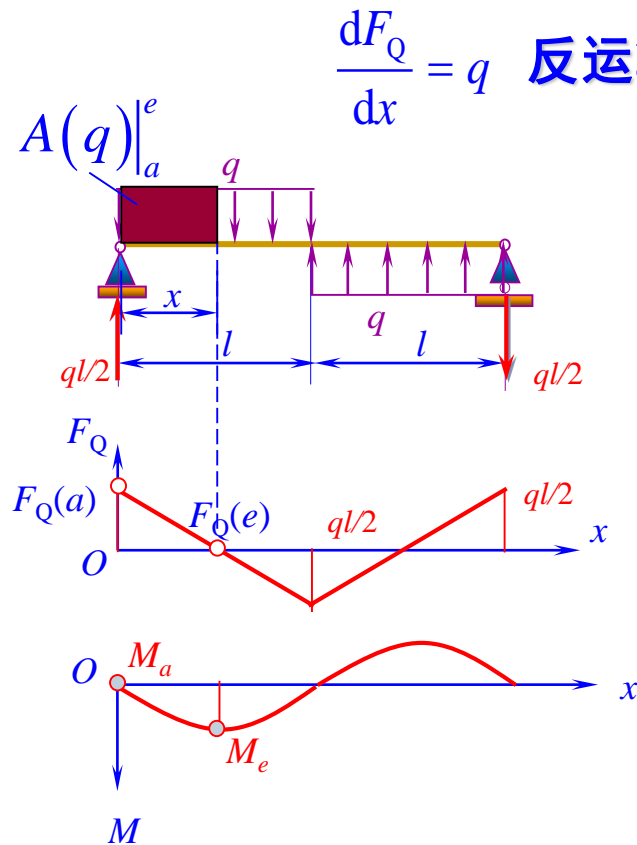


$$\frac{dF_Q}{dx} = q \quad dF_Q = qdx$$

$$\int_a^e dF_Q = \int_a^e qdx$$

$$F_Q(e) - F_Q(a) = A(q)\Big|_a^e$$

$$F_Q(e) = F_Q(a) + A(q)\Big|_a^e$$



$\frac{dF_Q}{dx} = q$ 反运算——确定极值点的位置

$$\frac{dF_Q}{dx} = q \quad dF_Q = qdx$$

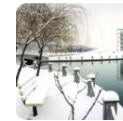
$$\int_a^e dF_Q = \int_a^e qdx$$

$$F_Q(e) - F_Q(a) = A(q) \Big|_a^e$$

$$F_Q(e) = F_Q(a) + A(q) \Big|_a^e$$

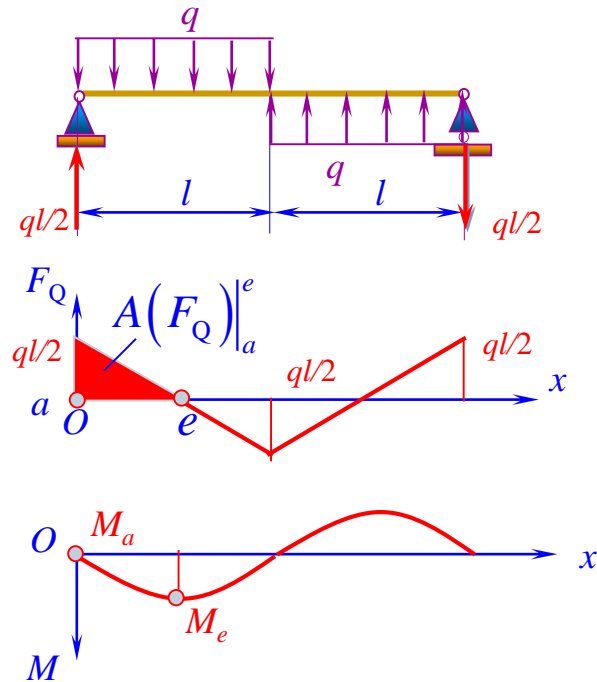
$$F_Q(e) = F_Q(a) + A(q) \Big|_a^e = 0$$

$$\frac{ql}{2} - qx = 0 \quad x = \frac{l}{2}$$



$$\frac{dM}{dx} = F_Q$$

反运算——已知一个横截面上的弯矩确定另一横截面上的弯矩

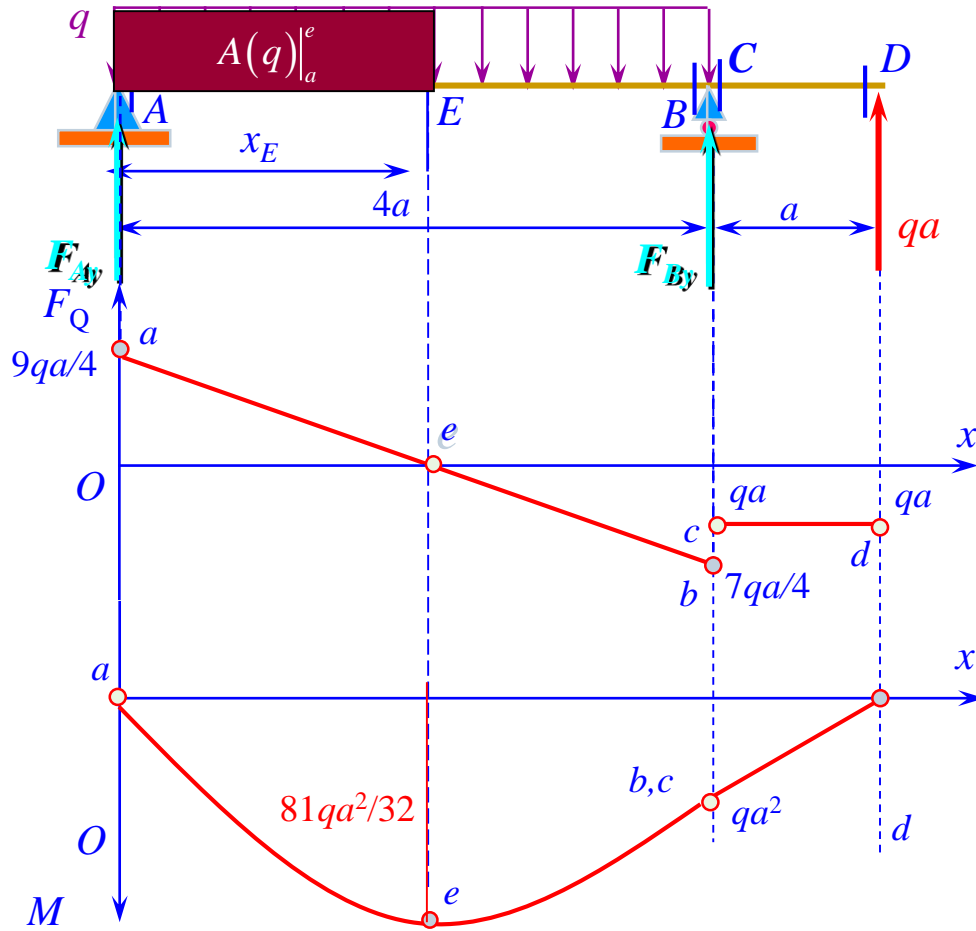


$$\frac{dM}{dx} = F_Q \quad dM = F_Q dx$$

$$\int_a^e dM = \int_a^e F_Q dx$$

$$M(e) - M(a) = A(F_Q)|_a^e$$

$$M(e) = M(a) + A(F_Q)|_a^e$$



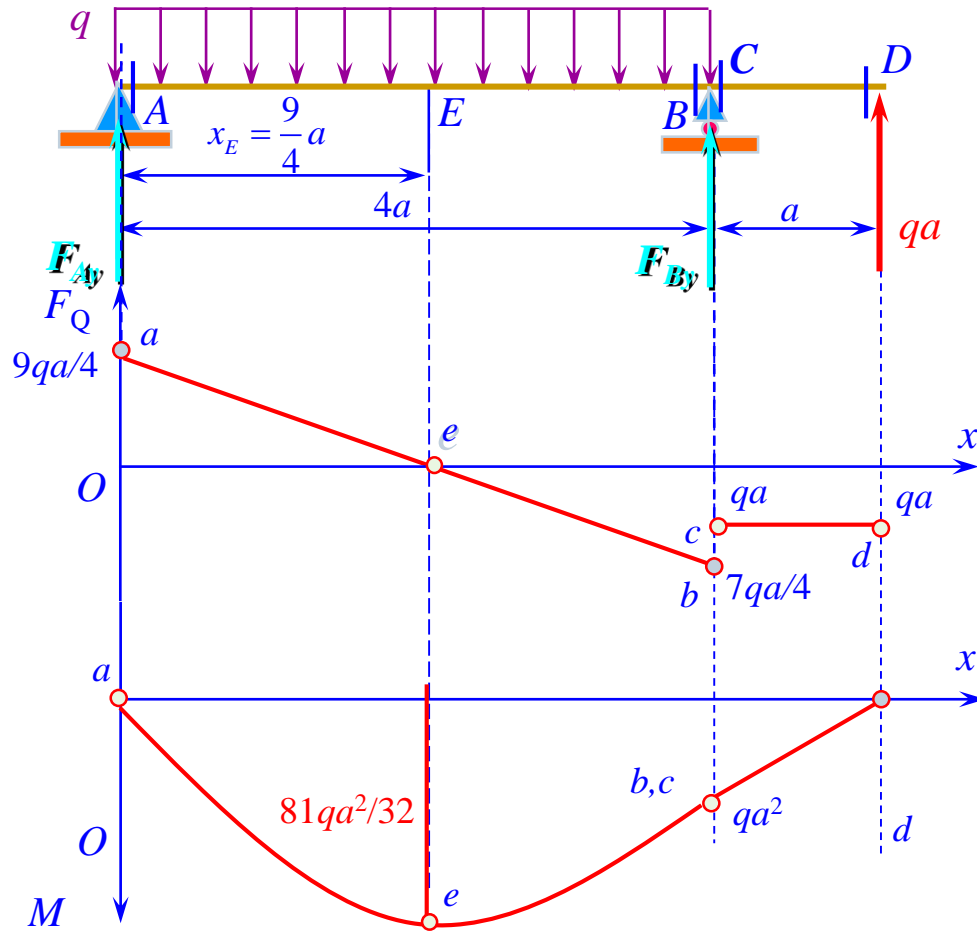
极值点位置的确定

$$F_Q(e) = F_Q(a) + A(q)|_a^e = 0$$

$$A(q)|_a^e = -qx_E$$

$$\frac{9}{4}qa - qx_E = 0$$

$$x_E = \frac{9}{4}a$$



极值点弯矩的确定

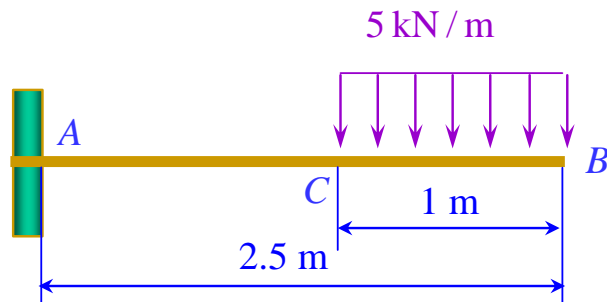
$$M_e = M_a + A(F_Q)|_a^e$$

$$A(F_Q)|_a^e = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{4} qa \times \frac{9}{4} a \right) = \frac{81}{32} qa^2$$

$$M_E = 0 + \frac{81}{32} qa^2 = \frac{81}{32} qa^2$$



定性分析案例 1



要不要先求支座反力？

分几段？

各段剪力图的形状？

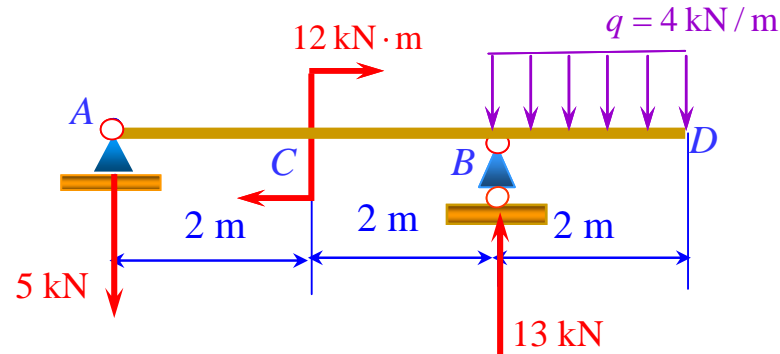
各段弯矩图的形状？

剪力图有没有突变？

弯矩图有没有突变？



定性分析案例 2



怎样求支座反力？

求出的支座反力对不对？

分几段？

各段剪力图的形状？

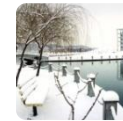
各段弯矩图的形状？

剪力图有没有突变？

弯矩图有没有突变？

集中力作用点两侧，剪力图有没有突变？

集中力偶作用点两侧，弯矩图有没有突变？



★ 分段点上的剪力和弯矩确定图形的位置

大多数情形下需要首先确定约束力，保证大小和方向完全正确。(悬臂梁可以不求约束力)；

根据外力（包括载荷以及约束力—支座反力）作用点确定分段点；

应用力系简化的方法确定分段点上剪力和弯矩的大小与方向，确保正确无误。

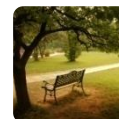


★ 极值点至关重要

极值点的位置——剪力等于零处；

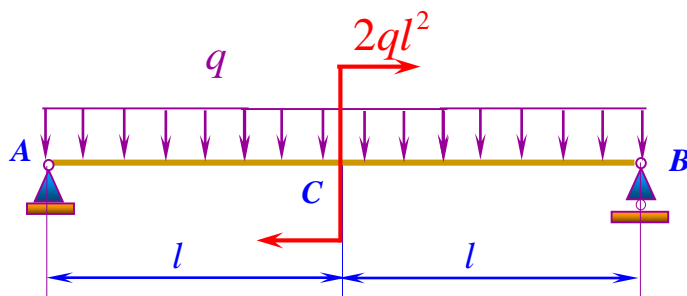
应用力系简化方法确定极值点处横截面上的弯矩大小和方向；也可以采用微分关系反运算的方法确定弯矩的极值

根据极值点的位置以及弯矩极值的大小和方向，即可画出弯矩图，不必**纠结**于其凸凹性



能力训练 3

自己动手画出剪力图和弯矩图



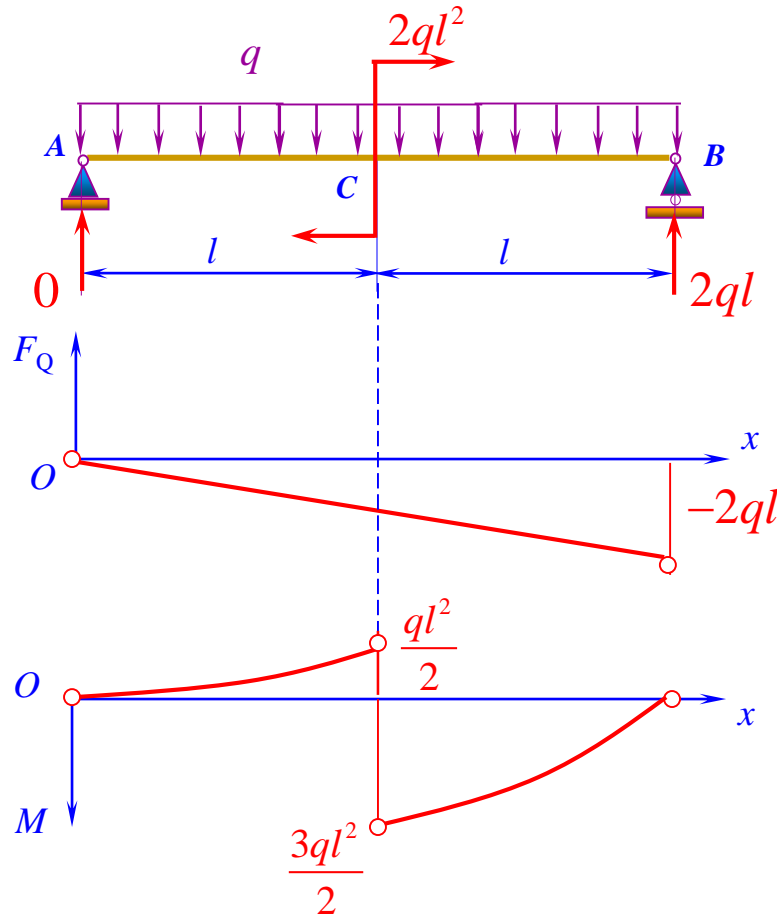
分几段？

分段点上剪力的大小与正负号？

画出剪力图。

分段点上弯矩的大小正负号？

画出弯矩图。



各位注意到什么？

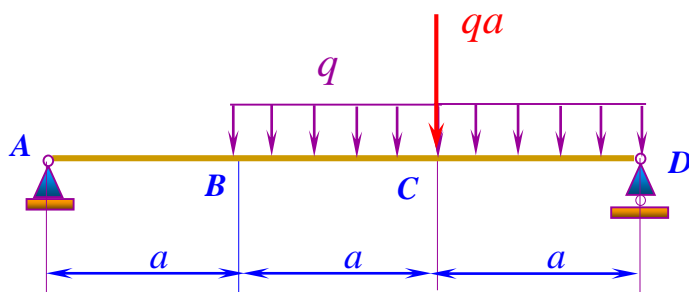
1.集中力偶作用处剪力图有突变吗？

2.弯矩图有突变，怎么突变，增大还是减小？



能力训练 4

自己动手画出剪力图和弯矩图



分几段？

分段点上剪力的大小与正负号？

画出剪力图。

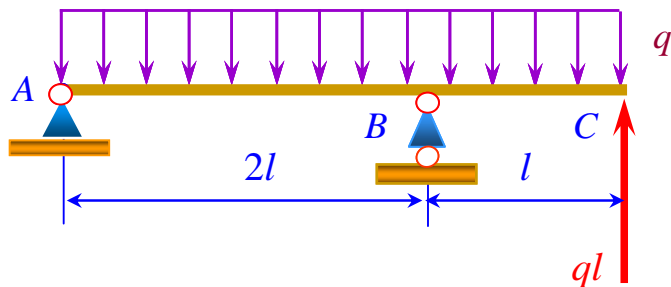
分段点上弯矩的大小正负号？

画出弯矩图。

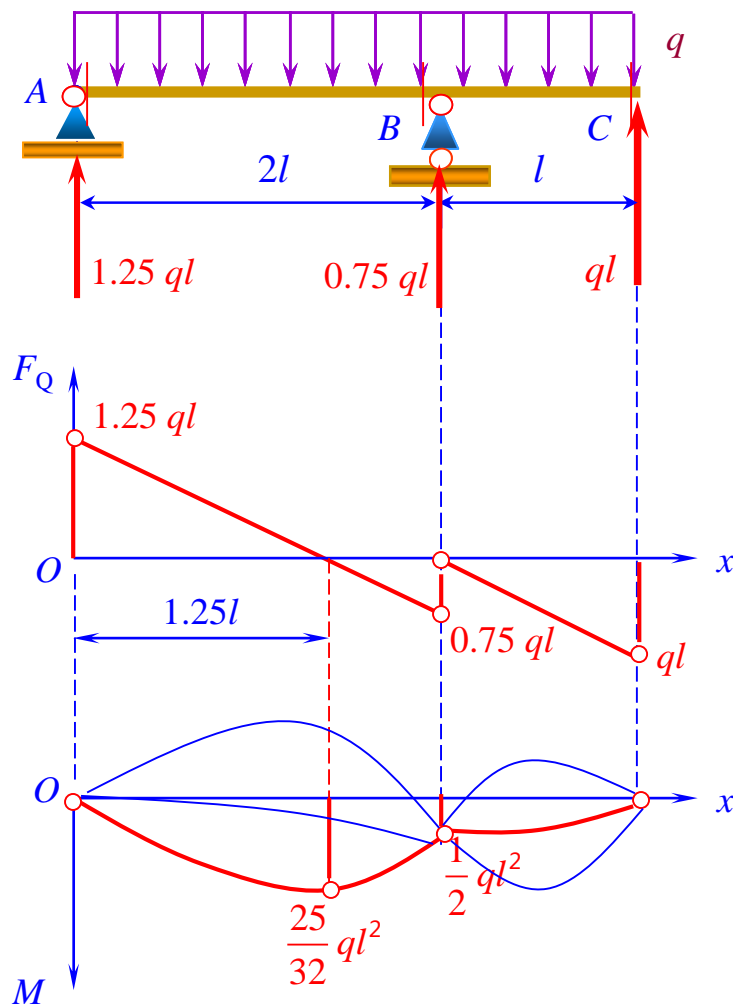


能力训练 4

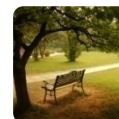
自己动手画出剪力图和弯矩图



1. 确定支座反力并验证其正确性
2. 分段，判断各段大致形状以及剪力弯矩突变处
3. 应用力系简化方法确定分段点上的剪力弯矩大小和方向（正负）
4. 确定弯矩极值点的位置以及弯矩极值——大小和正负



1. 确定支座反力并验证其正确性
2. 分段，判断各段大致形状以及剪力弯矩突变处
3. 应用力系简化方法确定分段点上的剪力弯矩大小和方向（正负）
4. 确定弯矩极值点的位置以及弯矩极值——大小和正负

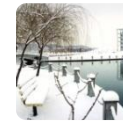


剪力图和弯矩图的三要点

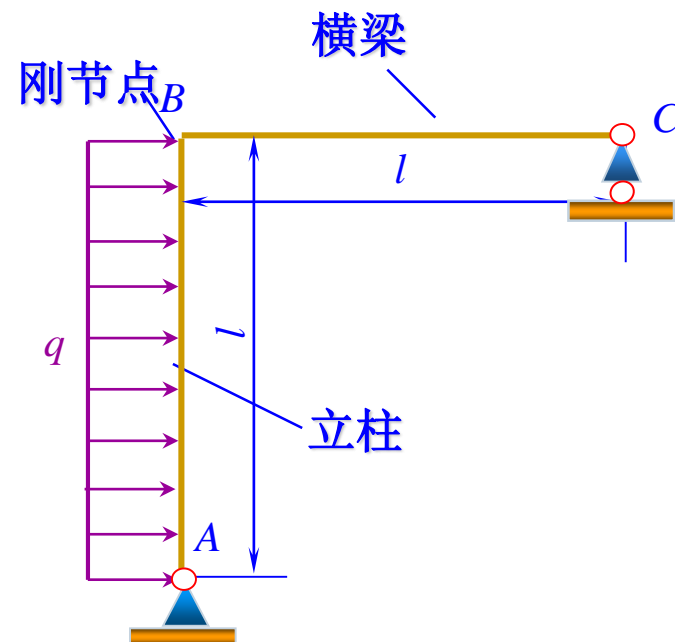
- ★ 三个微分方程确定了图形的形状；
- ★ 分段点上的剪力和弯矩确定图形的位置；
- ★ 对于作用有分布载荷的梁段极值点至关重要。



■ 单根杆内力图的扩展 ——刚架的内力与内力图



刚架的组成——横梁、
立柱与刚节点。





特点

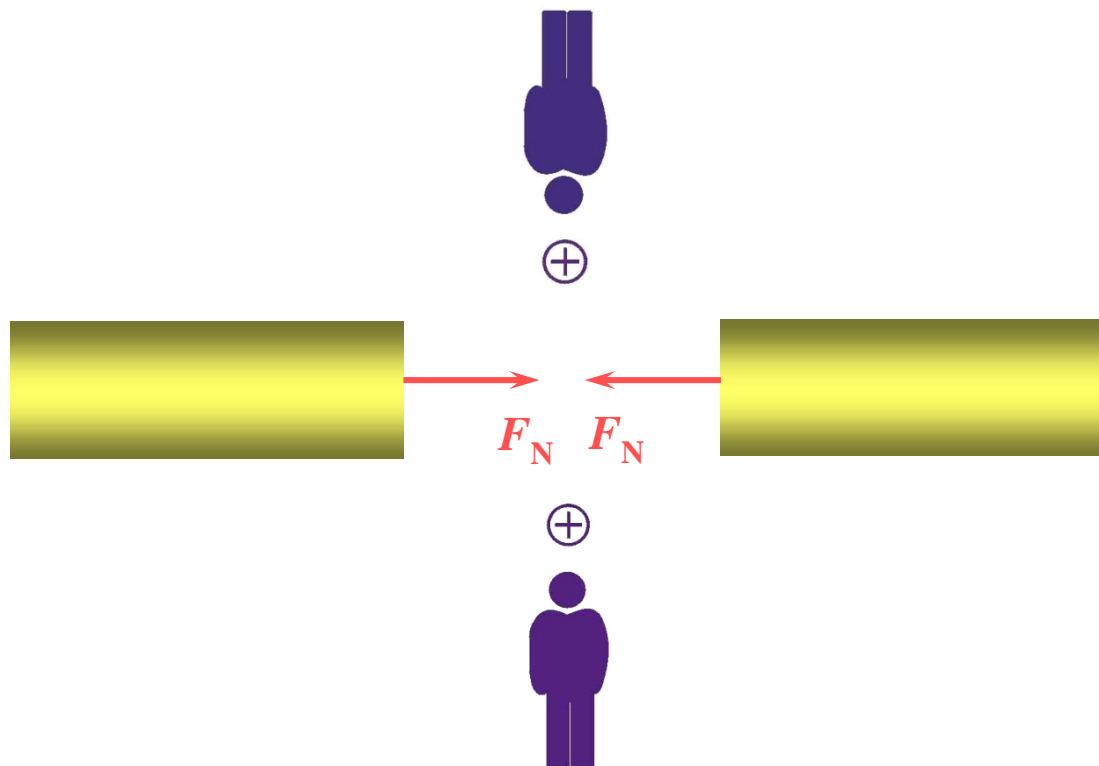
★面内载荷作用下，刚架各杆横截面上的内力分量——轴力、剪力和弯矩。

★内力分量的正负号与观察者位置的关系：

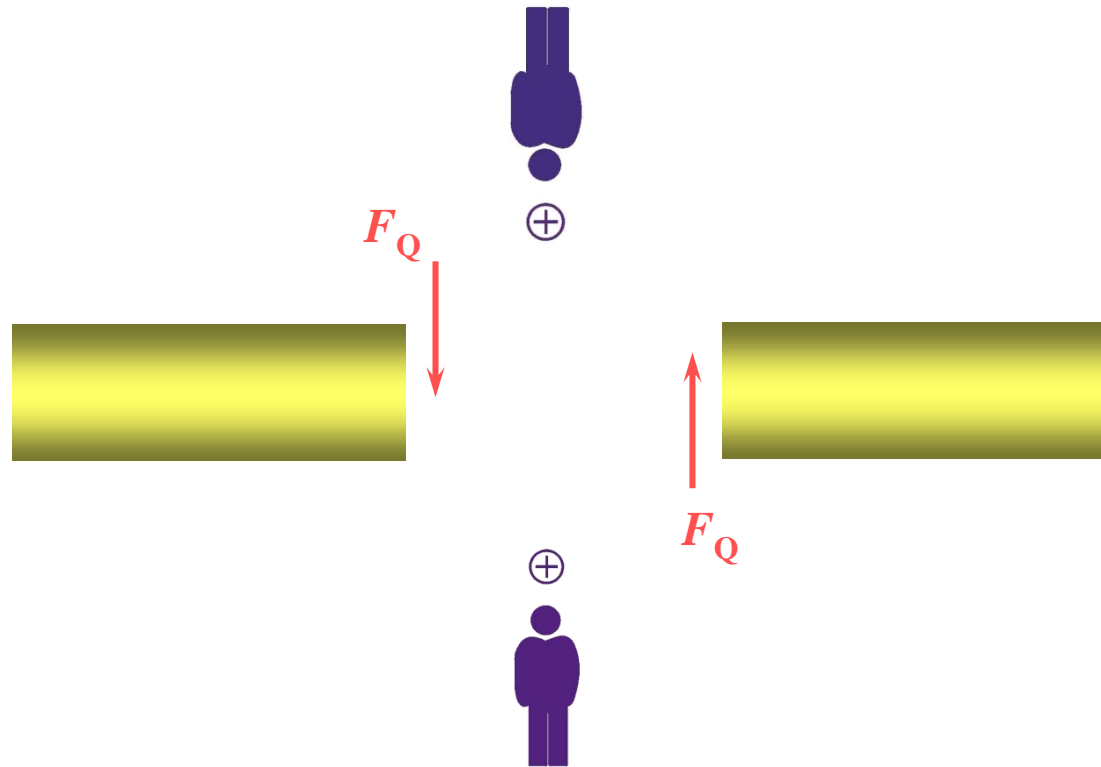
轴力的正负号与观察者位置无关；

剪力的正负号与观察者位置无关；

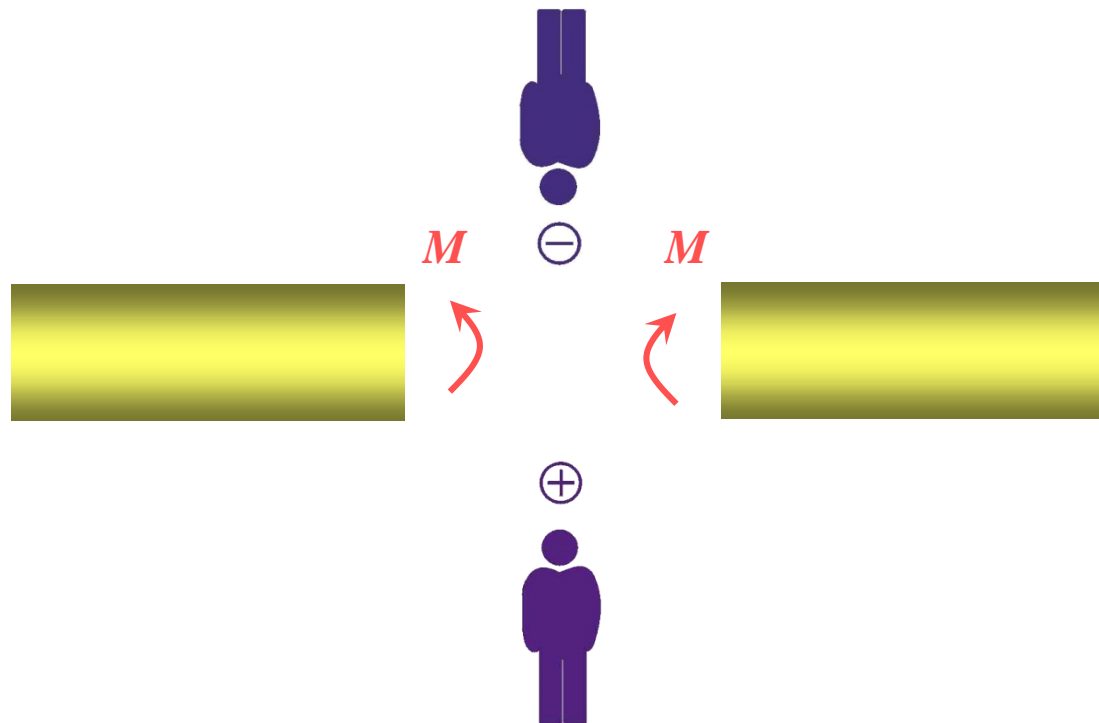
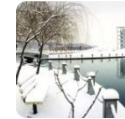
弯矩的正负号与观察者位置有关。



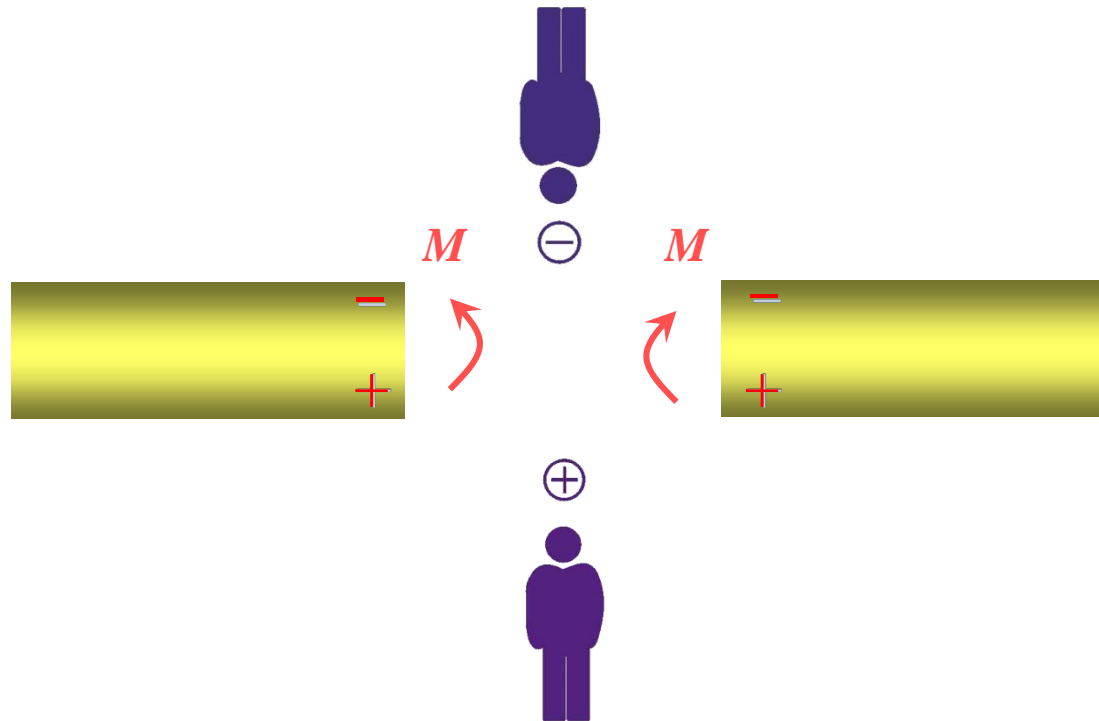
轴力的正负号与观察者位置无关



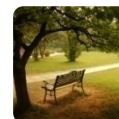
剪力的正负号与观察者位置无关



弯矩的正负号与观察者位置有关



受拉边与受压边保持不变

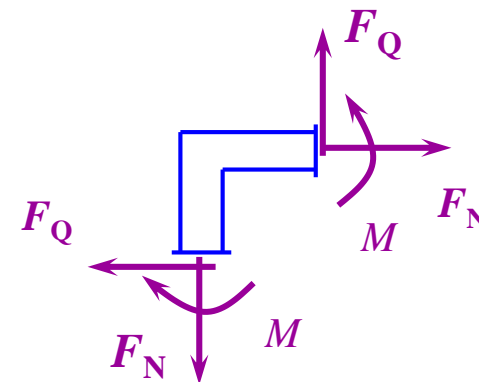
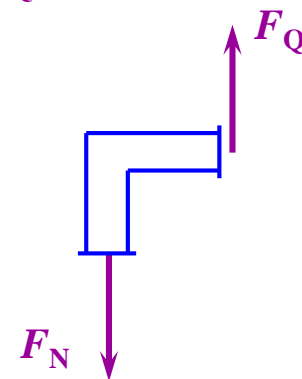
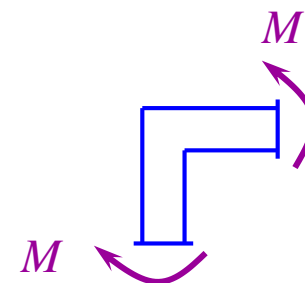
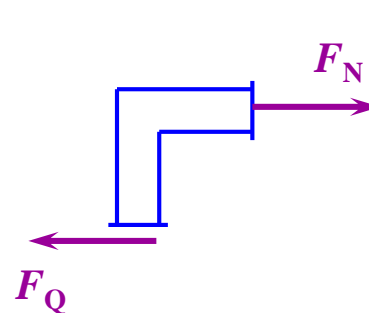
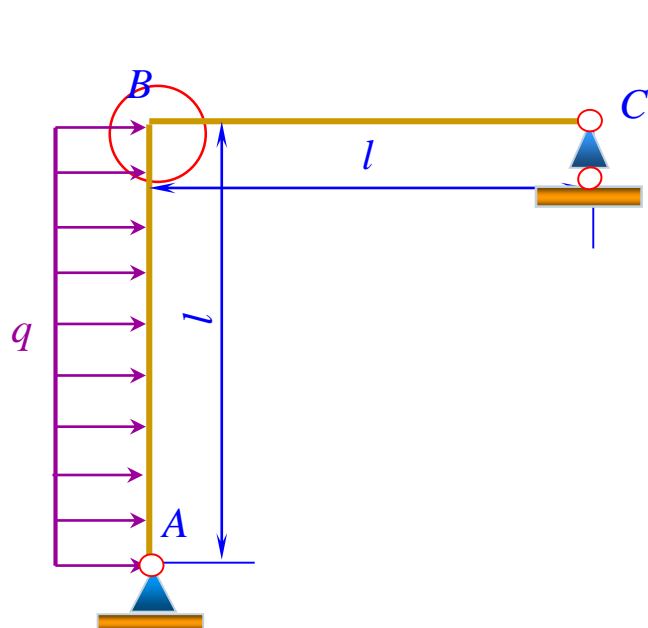


刚架内力图的画法

- (1) 无需建立坐标系；
- (2) 分段点、平衡微分方程；
- (3) 弯矩的数值标在受拉边；
- (4) 轴力、剪力画在里侧和外侧均可，
但需标出正负号；
- (5) 注意节点处的平衡关系。

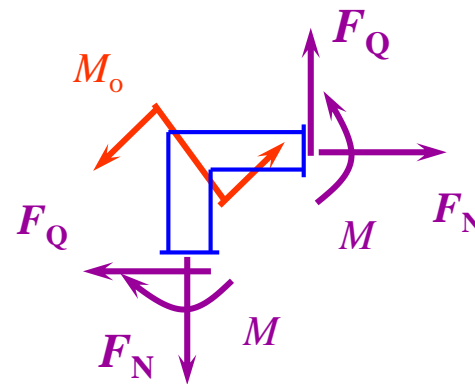
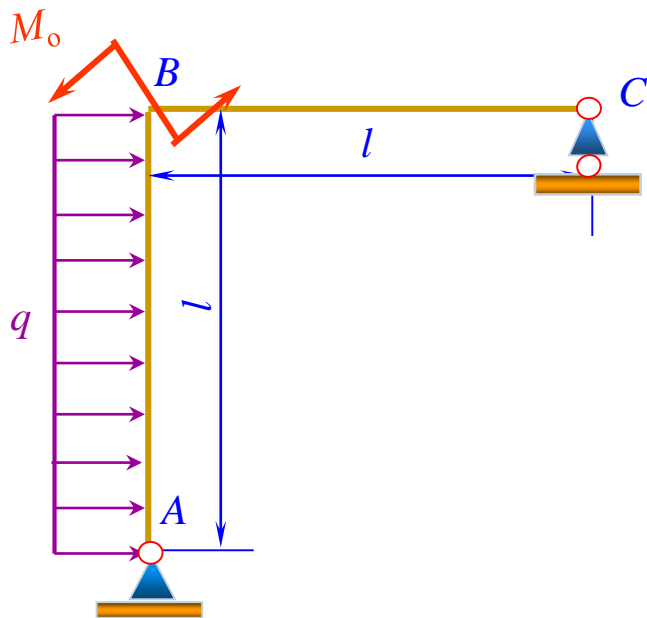


节点处的平衡关系



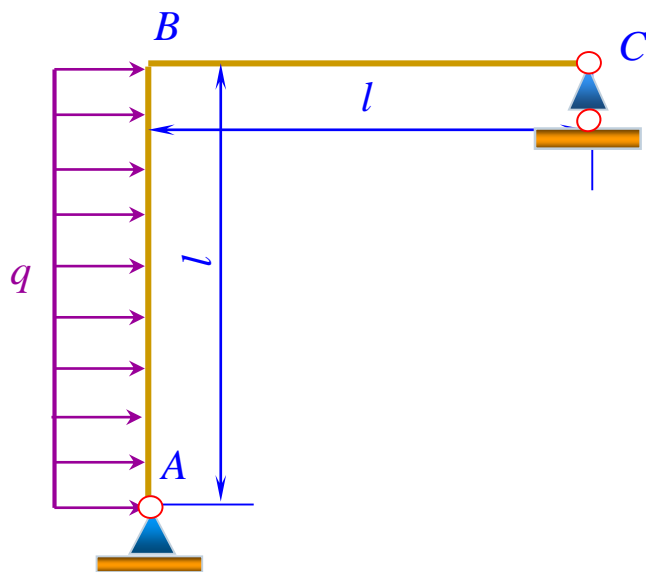


节点处的平衡关系



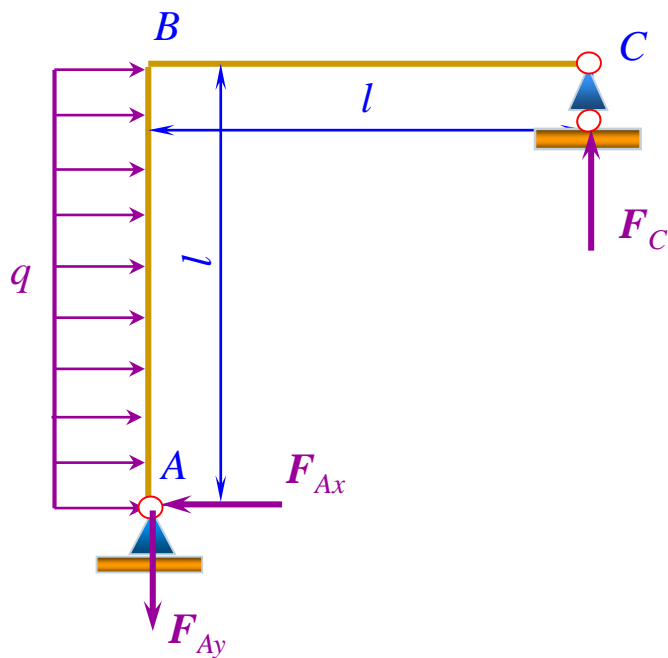


例题 4



已知平面刚架上的均布载荷集度 q ,长度 l 。

试：画出刚架的内力图。



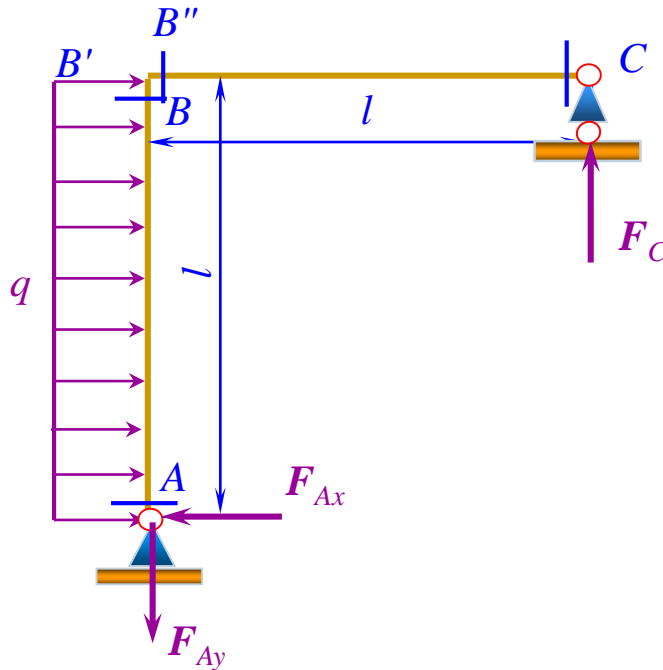
解：1. 确定约束力

$$\sum F_x = 0, \quad ql - F_{Ax} = 0$$

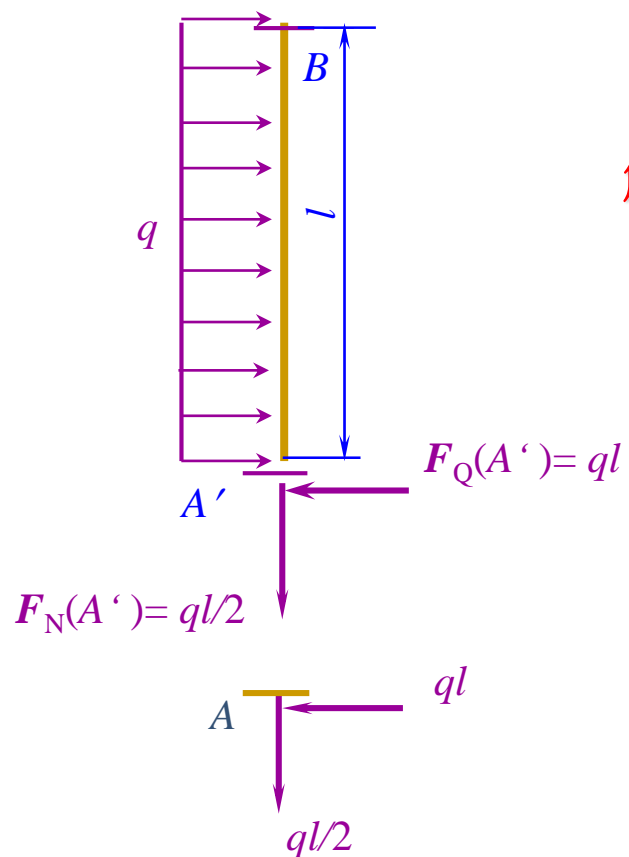
$$F_{Ax} = ql$$

$$\sum M_A = 0, \quad F_C \times l - ql \times \frac{l}{2} = 0$$

$$F_C = \frac{ql}{2}$$



解：2. 确定分段点

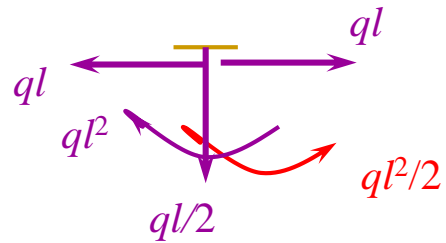


解：3. 确定分段点上的内力
采用力系简化方法

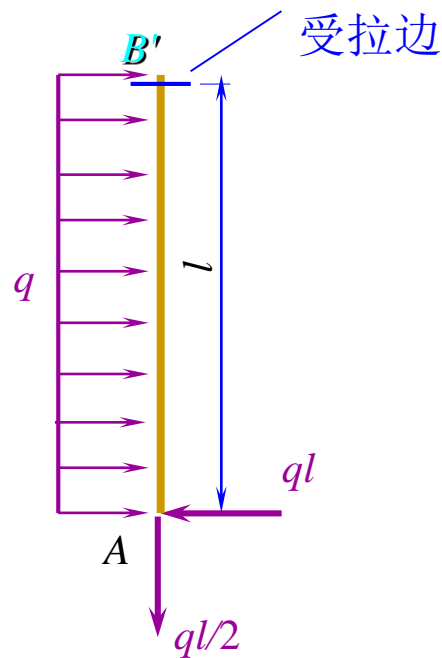
$$F_N(A') = \frac{ql}{2}$$

$$F_Q(A') = ql$$

$$M(A) = 0$$



解：3. 确定分段点的内力
采用力系简化方法



$$F_N(B') = \frac{ql}{2}$$

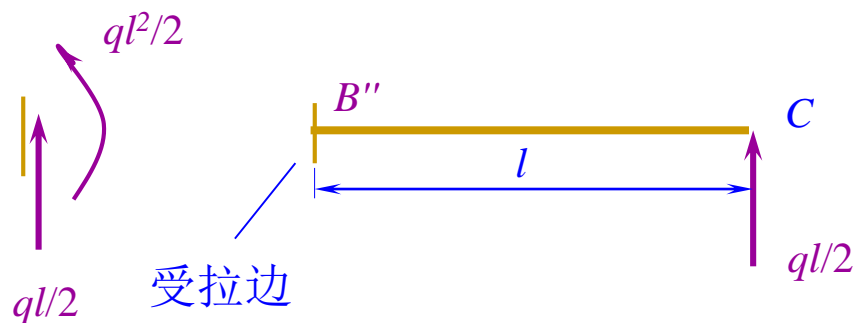
$$F_Q(B') = ql - ql = 0$$

$$M(B') = ql \times l - ql \times \frac{l}{2} = \frac{ql^2}{2}$$



解：3. 确定分段点的内力

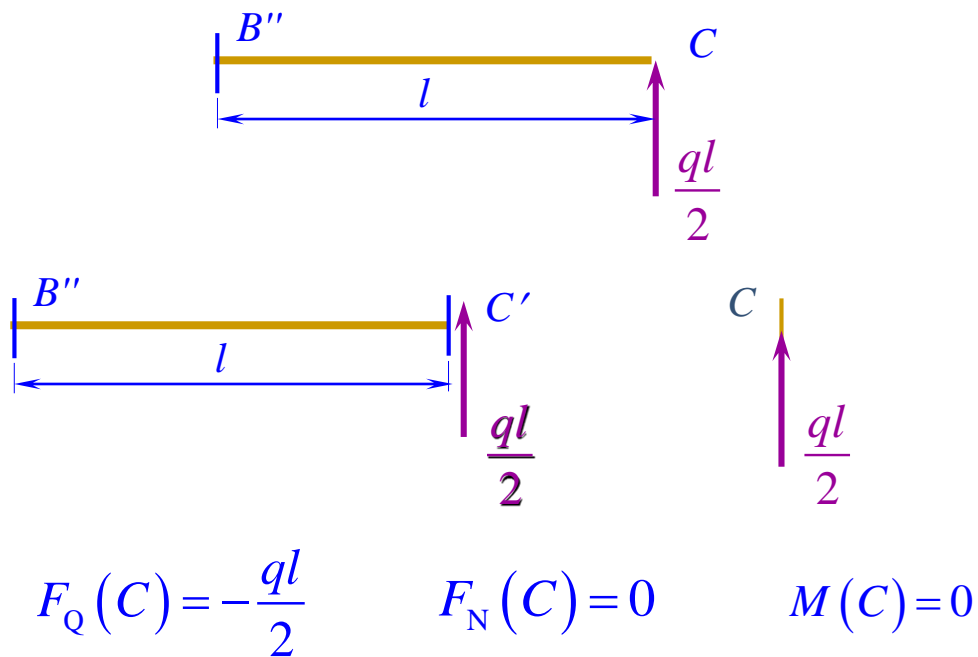
应用力系简化的方法



$$F_N(B'') = 0 \quad F_Q(B') = -\frac{ql}{2} \quad M(B'') = \frac{ql^2}{2}$$



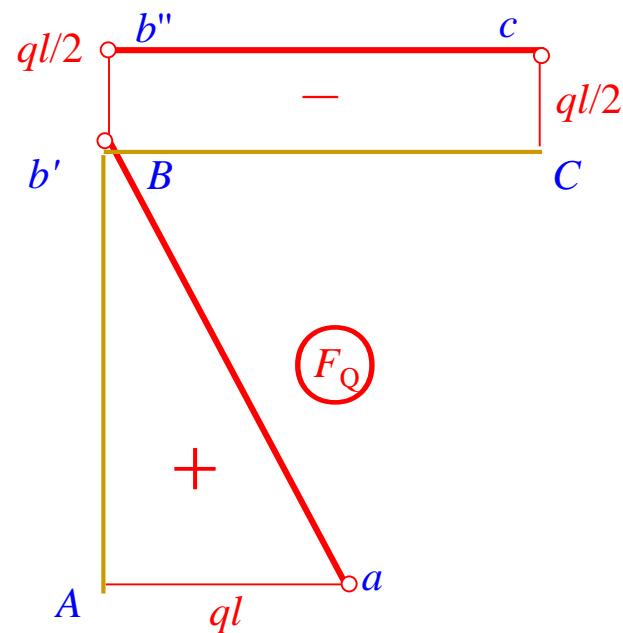
解：3. 确定分段点的内力





解：4. 画剪力图

- 将分段点的剪力标在横杆和竖杆相应的横截面处
- 根据微分关系连图线。
- 剪力图标上正负号。

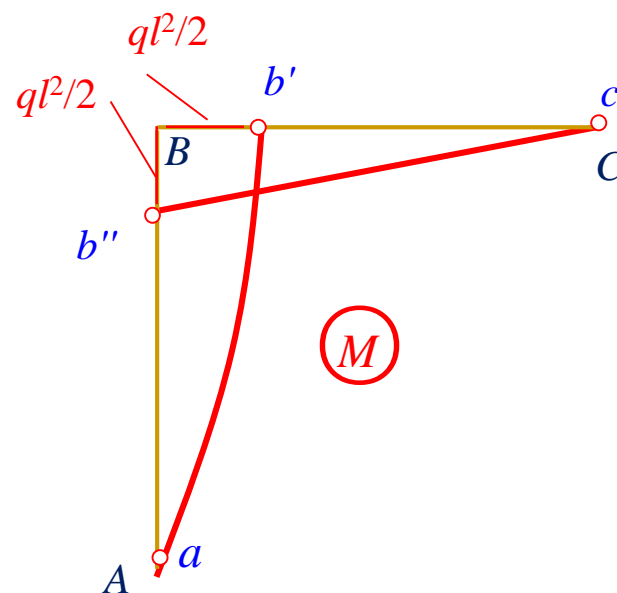




解：4. 画弯矩图

■ 将分段点上的弯矩标在横杆和竖杆相应的横截面处, 在受拉的一侧。

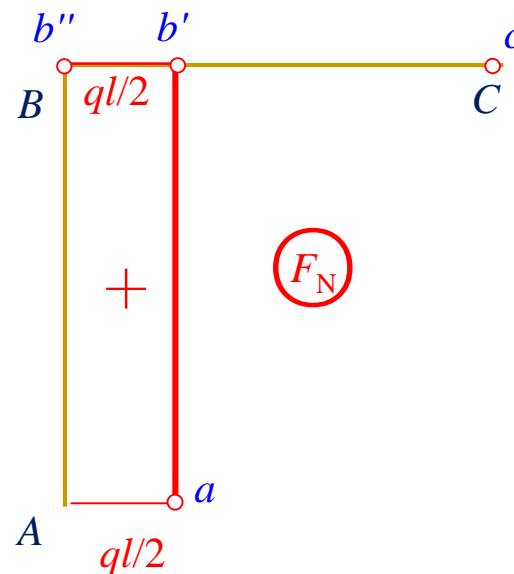
■ 根据微分关系连图线。

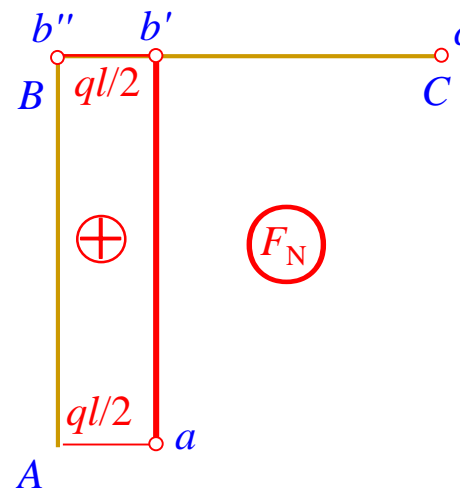
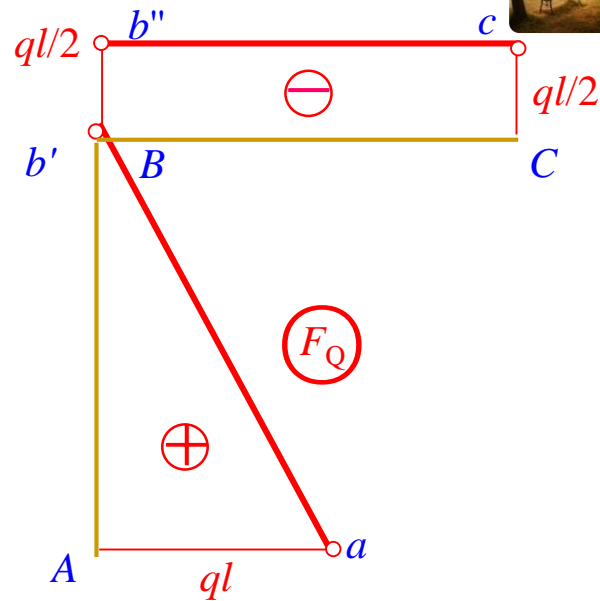
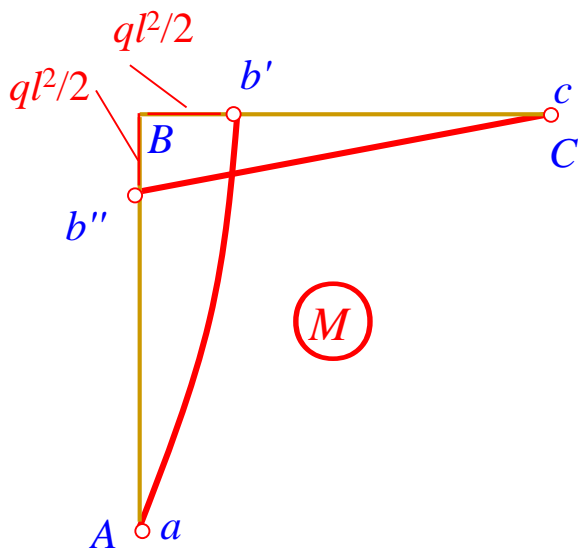
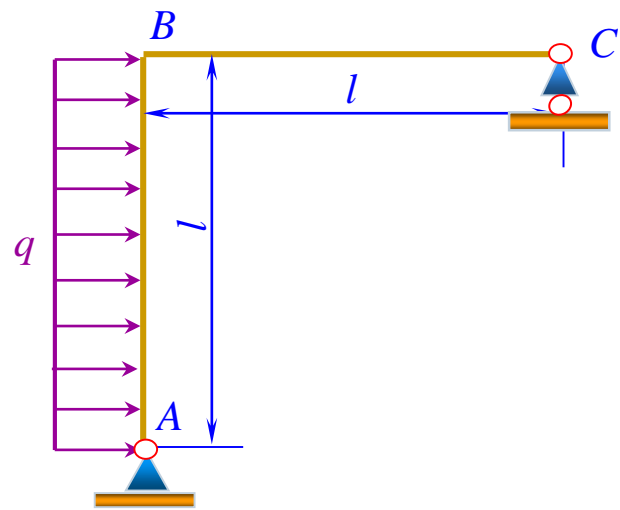
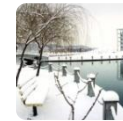




解：4. 画轴力图

- ★ 将分段点上的轴力标在横杆和竖杆相应的横截面处。
- ★ 连图线。
- ★ 根据轴力的拉、压性质，在图上标上正负号。



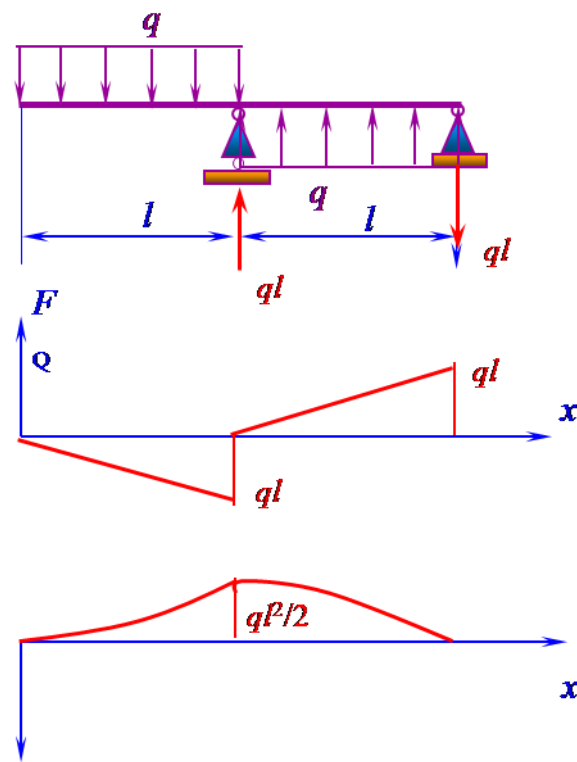
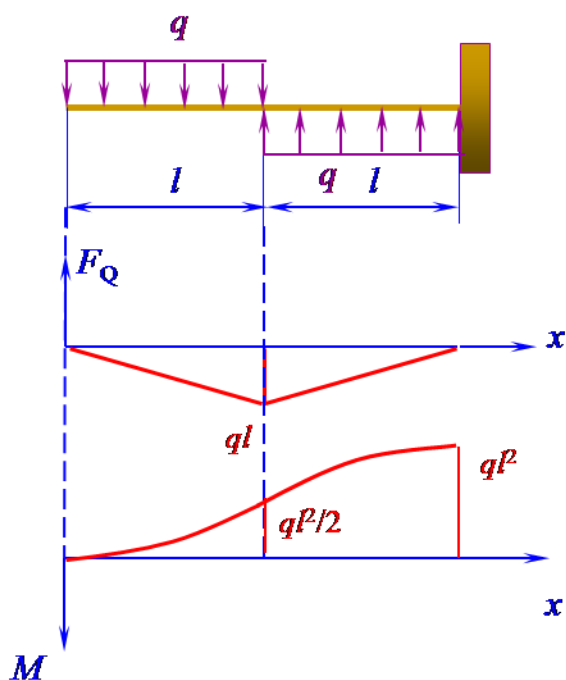
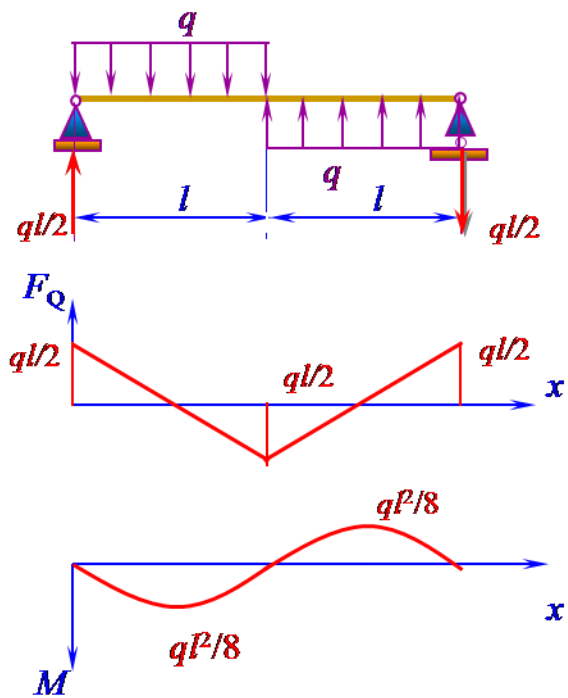




■ 深度研讨



研讨问题 1

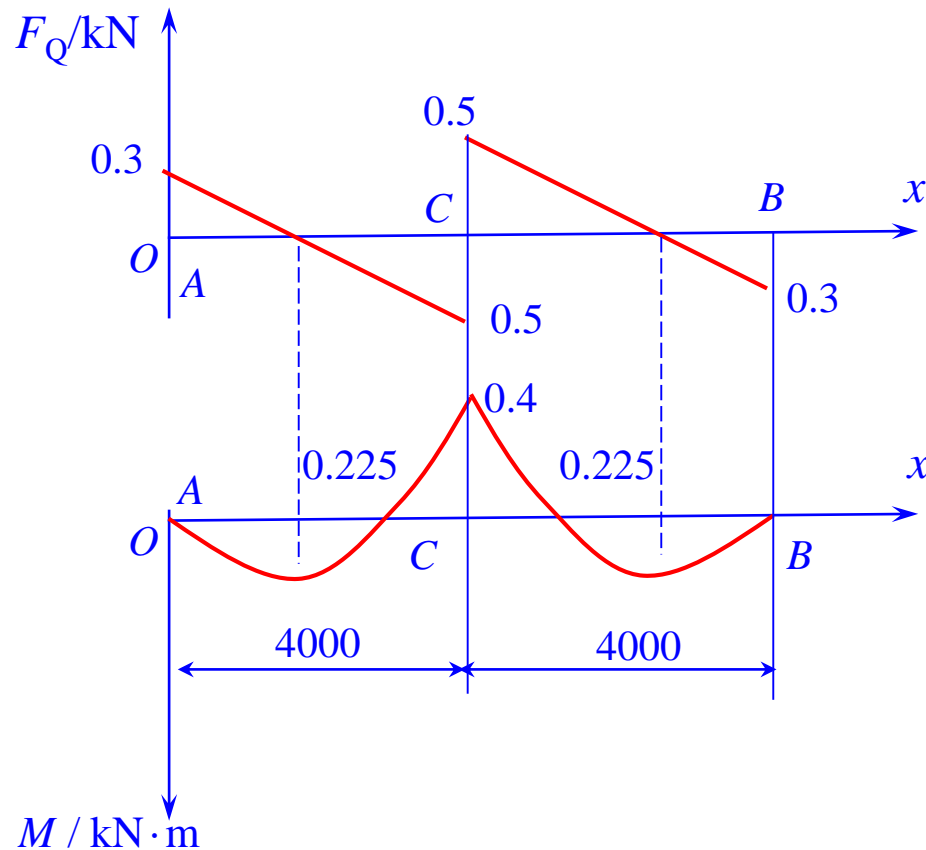


比较三种情形下梁的受力、剪力和弯矩图的不同之处和相同之处。

从中能得到什么重要结论？



研讨问题 2



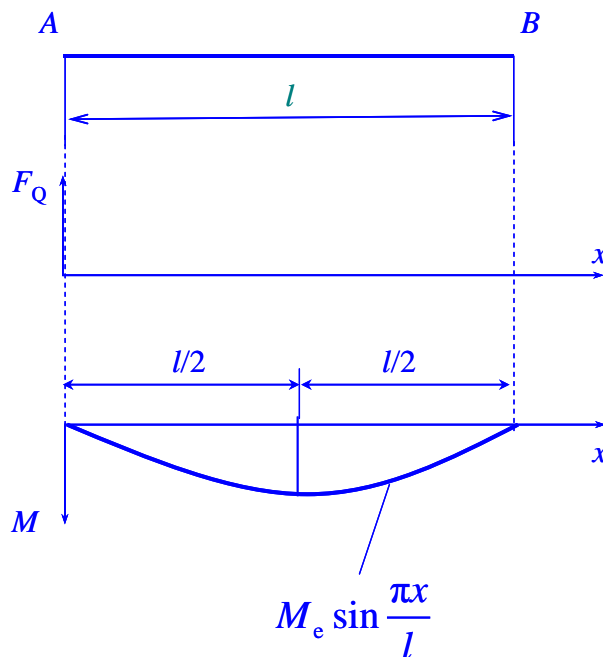
■ 只给定梁的剪力图能不能确定梁的受力？能不能确定梁的支承性质与支承位置？答案是否具有惟一性？由给定的剪力图能否确定弯矩图？答案是否惟一？



研讨问题 3

已知静定梁的弯矩图为正弦半波曲线，试：

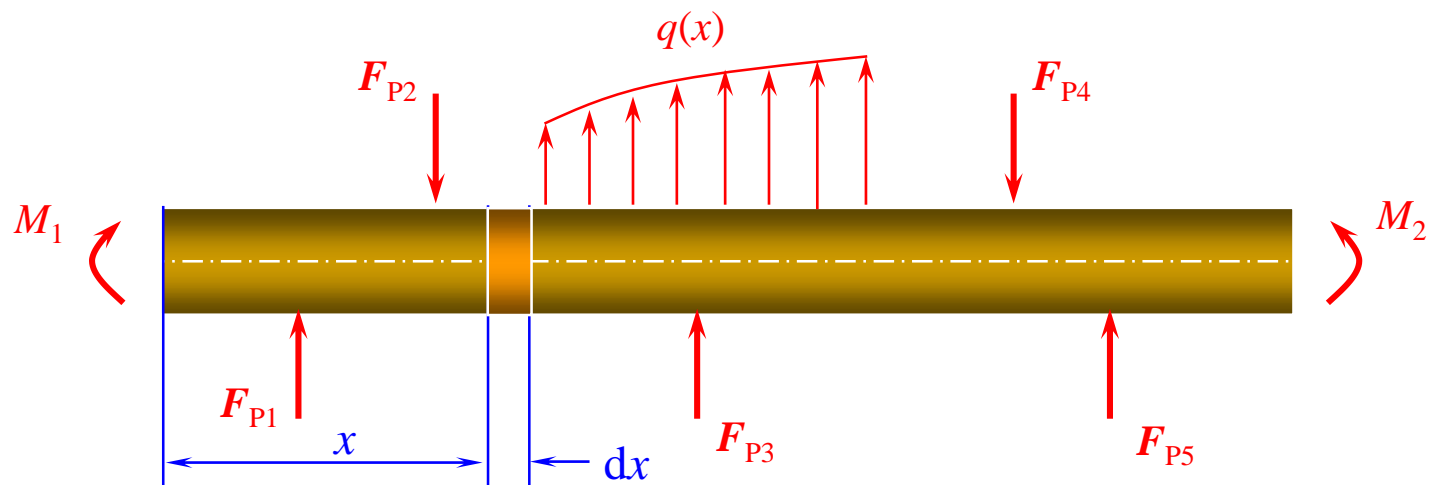
1. 写出作用在梁上分布载荷函数表达式；
2. 确定梁的支承；
3. 画出梁的剪力图。

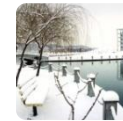




研讨问题 4

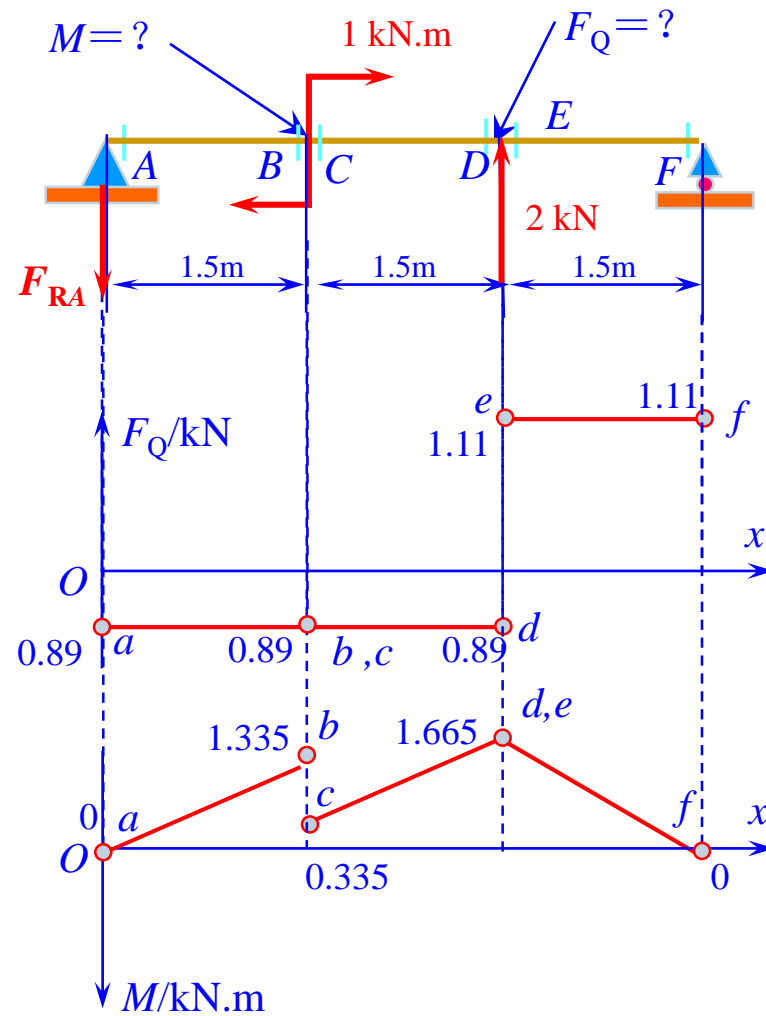
考察微段的受力与平衡时，为什么不考察没有分布载荷作用的微段的受力与平衡





研讨问题 5

关于集中力作用点处的剪力和集中力偶作用处弯矩取值的思考





能力训练 I

2-I-1

2-I-5

2-I-6

能力训练 II

2-II-5

2-II-6

2-II-7

2-II-11



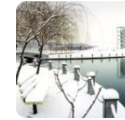
再认知测试

2—3

2—4

2—7

2—9



谢 谢 大 家

