

教学工作可深可浅，深在思想和学问

——启发学生梳理、提升对于“应力状态分析”的认知

5月11日上午3、4节课，是关于应力状态分析的第3堂精讲课。这一堂课有几部分内容：

应力状态分析的前两堂精讲课，主要讲了一点应力状态的解析表达和图形表达。第3堂精讲课，主要讲授承受内压薄壁容器的应力分析、广义胡克定律、应变能与应变能密度，然后引导学生梳理这一单元的概念、理论、方法以及公式，并进行深度研讨。

一、承受内压薄壁容器的应力分析

包括：承受内压薄壁容器的应力分析所进行的简化和假设，以可乐瓶摇晃后的变形效果引导学生分析横截面和纵截面上分别产生何种应力——轴向应力和环向应力，并定性分析这两种应力与什么有关。定量分析的部分由谭彦亭同学上讲台演示。

二、关于广义胡克定律

李老师首先提出4个命题，启发引导学生思辨其正确性：

- 1、有应力一定有应变；
- 2、有应力不一定有应变；
- 3、有应变一定有应力；
- 4、有应变不一定有应力。

进而从单向应力状态的胡克定律，过渡到三向应力状态的广义胡克定律，再退化到材料力学主要研究的平面应力状态的广义胡克定律。

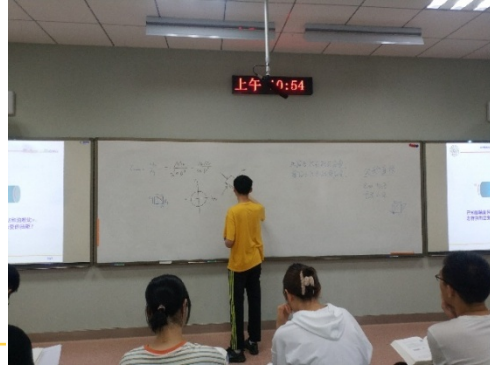
随后李老师与同学们讨论了这一部分的两个例题。

进而提出一个思考性问题：怎样利用应变片测定圆轴所受的扭矩？

考察学生圆轴扭转剪应力、应力状态分析、广义胡克定律、力学测试方面的综合能力，并提示：应变片只能测出正应变，而之前学习圆轴扭转给出的是剪应变的表达式。给学生6分钟时间思考与动手计算。随后，请唐振家同学为大家讲解了这个问题。



已知圆轴直径 D 、材料的弹性模量 E 和泊松比 ν 。
怎样利用应变片测量圆轴扭转时承受的扭矩？



三、应变能与应变能密度

这一部分由张子木同学讲，他特别强调了常力功和变力功的概念。

四、深度研讨

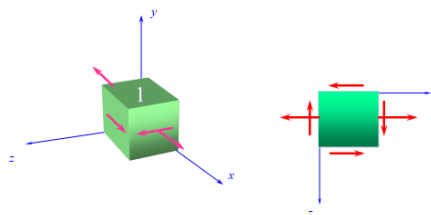
通过深度研讨李老师从以下几个方面引导学生进行梳理：

- 1、应力状态的解析表达与图形表达（应力圆）；
- 2、平衡方法是分析应力状态最重要、最基本的方法；
- 3、二维和三维坐标中描述应力状态的异同；
- 4、怎样将应力圆作为思考和分析问题的重要工具，求解复杂的应力状态问题；
- 5、注意区分两种最大剪应力；
- 6、正确应用广义胡克定律。



应力状态等价的条件

如果两个应力状态的主应力都对应相等，而且主方向都对应相同，则称这两个应力状态是等价的。



将三维形式应力状态用二维形式表示，坐标系相互对应时，主应力的大小以及主应力的方位都不会改变。



某一方向的正应变不仅仅与这一方向的正应力有关，而且与其他两个与之垂直方向的正应力有关。

举例说明下列命题的正确与否？

- 有应力一定有应变
- 有应力不一定有应变
- 有应变不一定有应力
- 有应变一定有应力
- 正应力只引起正应变
- 剪应力只引起剪应变

五、和学生一起梳理“应力状态分析”部分所学内容、引导大家寻找所学内容之间的内在联系，从纷繁的表象中揭示关键的核心内涵

应力状态分析所包含的概念、理论、方法以及公式，可以说：很多很多！这个时候需要引导学生梳理一下，在纷繁的教学内容中，寻找内在联系，揭示关键的核心内涵——坐标旋转（坐标变换）的概念。

为什么说这是关键的核心内涵？

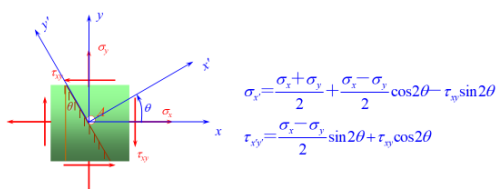
这个问题已经提前 1 天发布到学习群中，请同学们先自己研究。在这堂课上，朱星森同学和陈崇源同学阐述了自己的理解，随后李老师对这个问题进行了总结。

1、任意方向面上的正应力和剪应力的解析表达式，就是应力分量从水平与垂直坐标系，旋转任意角度后的坐标系得到的结果。

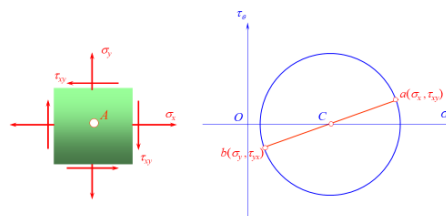
给出 A 点应力状态在 xAy 坐标系中的表述，将 xAy 坐标系旋转 θ 角到 $x'Ay'$ 坐标系，也可以得到 A 点应力状态在 $x'Ay'$ 坐标系中的表述，发现：一点的应力状态在不同的坐标系中表述各不相同，从这一角度讲，一点应力状态有无穷多种表述。



1、微元连同坐标轴旋转



2、应力圆旋转

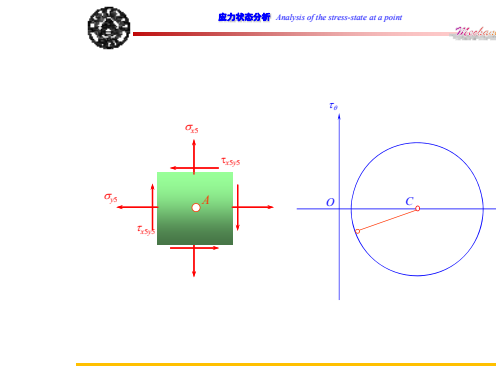
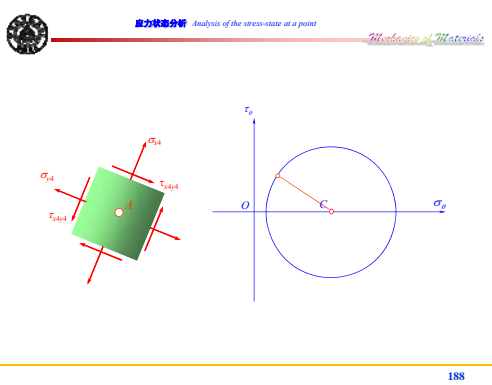
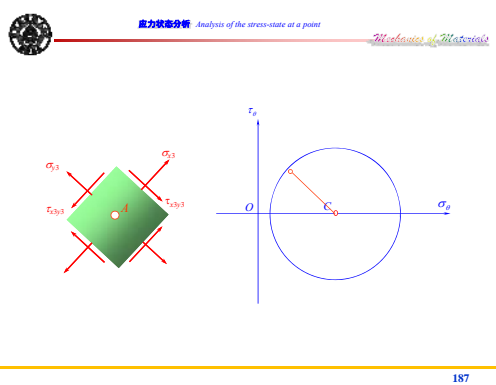
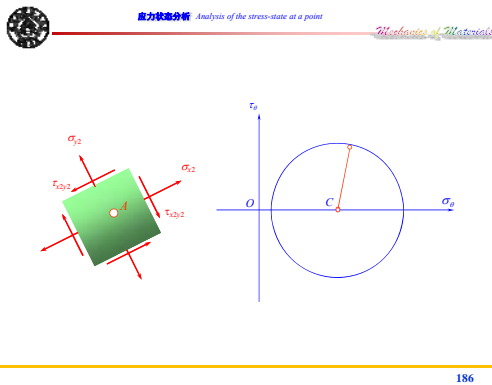
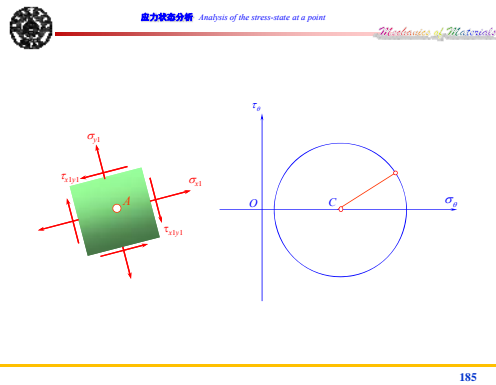
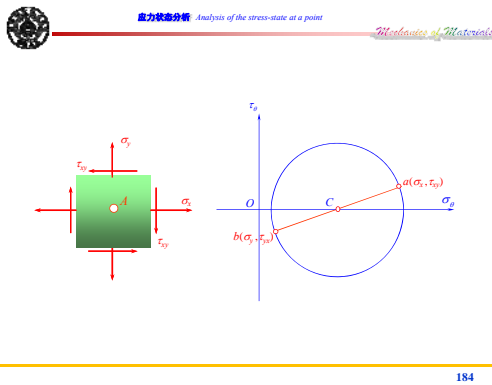


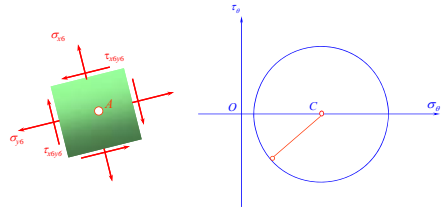
2、主方向和主应力——坐标系旋转某个特定的角度后，那个方向面上的剪应力等于零。

3、面内最大剪应力和所有方向面中的最大剪应力则是相对于不同坐标平面的。

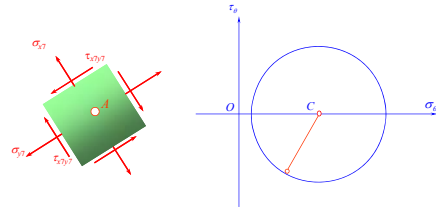
4、坐标旋转与应力圆半径的旋转是同步的。

在应力圆半径的旋转过程中，应力圆没有变，还是同一个应力圆，不难发现：同一应力状态，在不同的坐标系中有不同的表现形式。这表明：一点的应力状态有无穷多种表达形式。

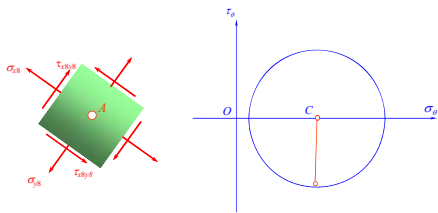




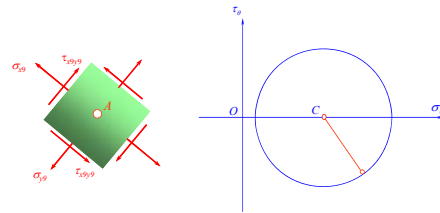
190



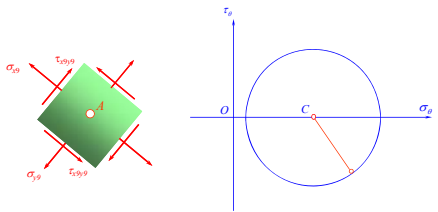
191



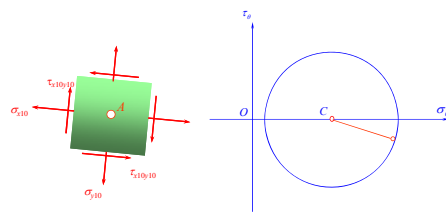
192



193



194



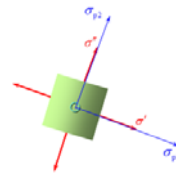
195

5、同一点的应力状态可以有无穷多种表达形式，而用主应力表示的应力状态形式简单的、但又能反映一点应力状态的本质。



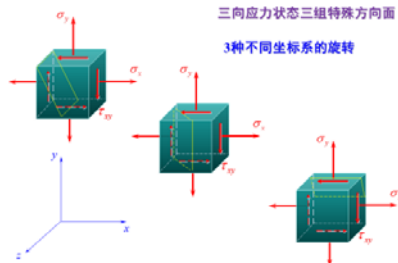
应力状态坐标变换的概念——旋转的概念

一点的应力状态在不同的坐标系中表述各不相同，从这一角度讲，一点应力状态有无穷多种表述，其中最重要的以主应力的表述。



主应力
在特殊的坐标系中，微元相互垂直的3对面上剪应力等于0，其上的正应力就是主应力。

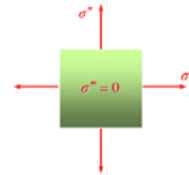
6、三向应力状态中3组特殊方向面上的正应力和剪应力，则对应着3种不同坐标系 (xOy , xOz , yOz 坐标系) 的旋转。



三向应力状态三组特殊方向面
3种不同坐标系的旋转



平面应力状态作为三向应力状态的特殊情形。3种不同坐标系中正应力和剪应力都有极值。



本堂课最后，老师引用华罗庚先生的教诲：“书越读越厚，还要越读越薄”作为这一次精讲课的结语。