

# 山穷水尽之处见光明

## ——一般应力状态下强度设计准则的难点与化解方法

5月14日上午3、4节，是关于一般应力状态下强度设计准则的第1堂精讲课。

一般应力状态下的强度设计准则，比较抽象，不好学，也不好讲。这是教学中首先要面对的问题。经过几年的教学研究和改革实践，解决这一问题，首先需要给学生提出强度设计的新问题，然后分析建立一般应力状态下强度设计准则的难点所在，进而引导学生探讨化解难点方法。在此基础上，讲解设计准则就比较轻松了，学生也很容易理解和接受。这就是所谓“山穷水尽之处见光明”！

这一堂精讲课主要有几部分内容：强度设计的新问题、建立一般应力状态下强度设计准则的难点与化解方法、思路与技术路线、关于脆性断裂的设计准则与关于塑性屈服的设计准则、强度设计准则的工程应用。

### 一、强度设计的新问题

在正应力分析与剪应力分析中，已经建立了关于正应力和剪应力的强度条件，也就是关于单向应力状态和纯剪应力状态的设计准则。

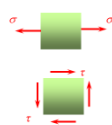
现在的问题是：对于一般的应力状态，也就是既有正应力又有剪应力作用的应力状态，设计准则应该是什么？也就是说设计准则中不等号的左边和右边分别是什么？

一般应力状态下的强度设计准则及其工程应用  
Applications in engineering of design criteria for strength under general stress-state  
Mechanics of Materials

### 开篇之说

#### 强度设计的新问题

在前面的几章里，已经建立了关于正应力和剪应力的强度条件：

$$\sigma \leq [\sigma]$$
$$\tau \leq [\tau]$$


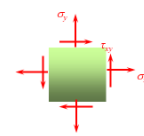
这实际上是关于单向应力状态和纯剪应力状态的设计准则。

一般应力状态下的强度设计准则及其工程应用  
Applications in engineering of design criteria for strength under general stress-state  
Mechanics of Materials

### 开篇之说

#### 强度设计的新问题

现在的问题是：对于一般的应力状态，也就是既有正应力又有剪应力作用的应力状态，设计准则应该是什么？

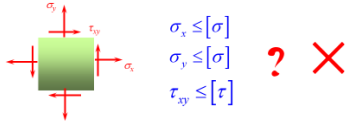


? ≤ ?



## 开篇之说 强度设计的新问题

现在的问题是：对于一般的应力状态，也就是既有正应力又有剪应力作用的应力状态，设计准则应该是什么？



为什么不正确？

这是因为没有考虑各个应力分量所产生的综合效应，这种综合效应导致失效。

10

李老师提问：对于一般的应力状态，可不可以通过让各个应力分量分别小于等于其对应的许用应力来建立设计准则？学生摇头，苗泽青同学回答：要计算好几次，太复杂。罗发成同学则回答：这些应力分量不一定是各方向面中的最大值。也就是说，没有考虑各个应力分量所产生的综合效应，正是这种综合效应导致失效。

那么，导致失效的综合效应是什么？寻找综合效应的难点在什么地方？

### 二、建立一般应力状态下强度设计准则的难点与化解方法

寻找综合效应的难点之一：单向应力状态和纯剪应力状态下的极限应力值，是直接由实验确定的。但是，一般应力状态下则不能。这是因为：一般应力状态各式各样，可以说有无穷多种，不可能一一通过实验确定极限应力。

寻找综合效应的难点之二：有些复杂应力状态的实验，技术上难以实现。三向等压应力状态的实验可以放在深海里进行，那三向等拉应力状态的实验如何实现？更复杂的应力状态呢？

两个难点如此棘手，建立一般应力状态下强度设计准则似乎是“山穷水尽疑无路”了，难点能不能破解，又如何破解呢？

破解以上难点的办法，包括两部分内容：一是通过已有的实验结果以及大量工程结构强度失效案例的信息，归纳、总结出强度失效的共同规律；二是利用简单的拉伸实验结果。

大量实验结果以及工程结构失效案例的信息表明，材料在常温、静载作用下主要发生两种形式的强度失效：一种是屈服；另一种是断裂。简单拉伸实验给出了屈服与断裂的极限应力： $\sigma_s$ 与 $\sigma_b$ 。

这还不够，现在的问题是：怎样将二者联系起来，形成一般应力状态下的强

度设计准则？

### 三、建立一般应力状态下强度设计准则的思路与技术路线

对于同一种失效形式，有可能在引起失效的原因中包含着共同的因素。建立一般应力状态下的强度失效判据，就是提出关于材料在不同应力状态（当然包括单向拉伸应力状态）下失效共同原因的各种假说。

根据这些假说，就有可能利用单向拉伸的实验结果，建立材料在一般应力状态下的失效判据，就可以预测材料在一般应力状态下，何时发生失效，以及怎样保证不发生失效，进而建立一般应力状态下的设计准则。

因此，建立二者之间联系的桥梁就是：关于引起同一种失效形式的原因假说，也就是接下来要讲的四个强度理论。

这一部分的**三个关键词**就是：**同一种失效形式**、**所有应力状态**、**共同的失效原因**。

由此就可以把不等号的左边和右边确定出来了。

The diagram consists of two pages, 19 and 20, illustrating the process of establishing design criteria. Page 19 (left) contains text: '大量实验结果以及工程结构失效案例的信息表明，材料在常温、静载作用下主要发生两种形式的强度失效：一种是屈服；另一种是断裂。' (Experimental results and engineering failure cases show that under normal temperature and static load, materials mainly fail in two forms: yielding and fracture.) Below this is a red double-headed arrow labeled '关于引起同一种失效形式的原因假说——强度理论' (Hypothesis about the cause of the same failure form—strength theory). At the bottom, it says '简单拉伸实验给出了屈服与断裂的极限应力： $\sigma_s, \sigma_b$ 。' (Simple tensile experiments give the limit stresses for yielding and fracture:  $\sigma_s, \sigma_b$ .) Page 20 (right) shows a 3D stress element with principal stresses  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  and a yield strain  $\epsilon_s$ . Below it is a diagram of a function  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  with a question mark and ' $\leq ?$ ' above it, and an arrow pointing to ' $\sigma_s$  or  $\sigma_b$ '.

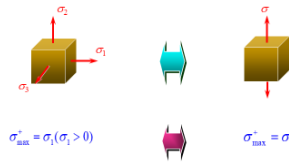
### 四、关于脆性断裂的设计准则与关于塑性屈服的设计准则

关于脆性断裂有两个设计准则：最大拉应力准则、最大拉应变准则；关于塑性屈服也有两个设计准则：最大剪应力准则、畸变能密度准则。**它们的表述类似，借助于三个关键词，很容易理解这四个准则。**

针对于每一个准则，李老师启发引导学生确定不等号左边是什么，右边是什么。从特殊到一般，通过一般应力状态，可以确定出不等号左边是什么；而从一般到特殊，利用单向拉伸应力状态，可以确定出不等号右边是什么。对于每一个准则中不等号两边的确定，都请学生自己动手计算，每次邀请两位同学到讲台上计算。学生自己动手，印象格外深刻。



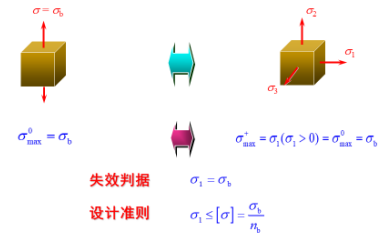
根据**最大拉应力准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生脆性断裂，其共同原因都是由于微元内的最大拉应力达到了某个共同的极限值。



28



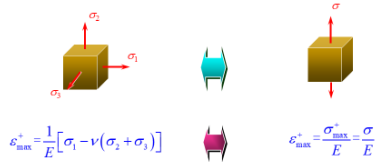
根据**最大拉应力准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生脆性断裂，其共同原因都是由于微元内的最大拉应力达到了某个共同的极限值。



30



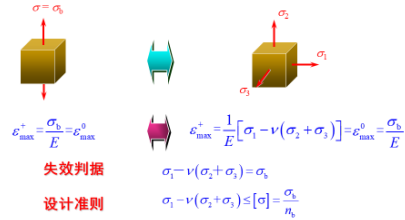
根据**最大拉应变准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生脆性断裂，其共同原因都是由于微元的最大拉应变达到了某个共同的极限值。



33



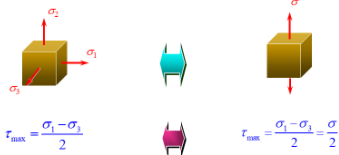
根据**最大拉应变准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生脆性断裂，其共同原因都是由于微元的最大拉应变达到了某个共同的极限值。



35



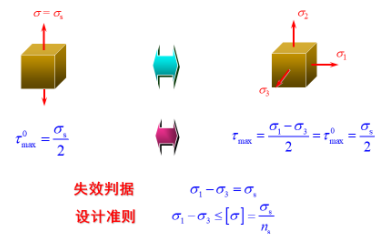
根据**最大剪应力准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生屈服，都是由于微元内的最大剪应力达到了某一共同的极限值。



44



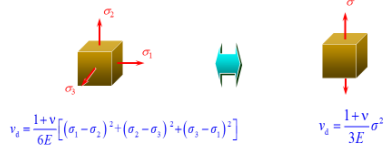
根据**最大剪应力准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生屈服，都是由于微元内的最大剪应力达到了某一共同的极限值。



46



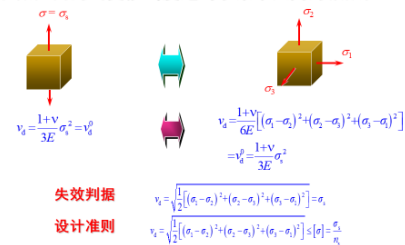
根据**畸变能密度准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生屈服（或剪断），其共同原因都是由于微元内的畸变能密度达到了某个共同的极限值。



49



根据**畸变能密度准则**，无论材料处于什么应力状态，只要发生屈服（或剪断），其共同原因都是由于微元内的畸变能密度达到了某个共同的极限值。



51

针对于最大拉应力准则、最大剪应力准则和畸变能密度准则，通过两个练练手的问题进行了练习，所有同学都动手，并请两位同学到讲台演示。

## 五、强度设计准则的工程应用

强度设计准则的工程应用主要包括：应用于土木工程、机械工程和化学工程，分别对应于梁弯曲时的强度设计、弯曲和扭转载荷共同作用时圆轴的强度设计、薄壁压力容器的强度设计。

由于时间关系，本堂课主要讲梁弯曲时的强度设计，而后面两部分放到下一堂课，主要由学生来讲。

对于梁弯曲时的强度设计，李老师先带学生回顾了三类危险面：弯矩最大的截面、剪力最大的截面、弯矩和剪力都比较大的截面；三类危险点：正应力最大的点、剪应力最大的点、正应力和剪应力都比较大的点。给出了一般情形下承弯构件的强度设计需要遵循以下计算过程。



一般应力状态下的强度设计准则及其工程应用  
Applications in engineering of design criteria for strength under general stress state

Mechanics of Materials



一般应力状态下的强度设计准则及其工程应用  
Applications in engineering of design criteria for strength under general stress state

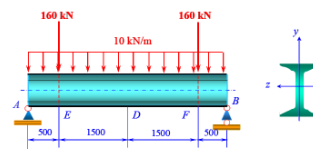
Mechanics of Materials

### 练练手

#### 一般情形下承弯构件的强度设计需要遵循以下计算过程：

- ★ 首先，要正确地画出剪力图和弯矩图，确定可能的危险面以及危险面上剪力和弯矩数值。
- ★ 根据危险面上弯矩和剪力的实际方向，确定应力分布，综合考虑材料的力学性能，确定可能的危险点。
- ★ 根据危险点的应力状态，区分脆性材料与韧性材料，选择合适的准则，解决不同类型的强度问题。

简支梁受力如图所示。采用普通热轧工字型钢，且已知  $[\sigma] = 160 \text{ MPa}$ 。试确定工字型钢型号，并按最大剪应力准则对梁的强度作全面校核。



59

60

随后给出一个土木工程中的常见案例：既有均布载荷作用，又有集中载荷作用的简支梁的弯曲。请同学们分别画出只有均布载荷作用时的剪力图和弯矩图、只有集中载荷作用时的剪力图和弯矩图，并分别判断三类危险面和三类危险点。进而引导学生从最大弯矩作用面、最大剪力作用面、弯矩和剪力都比较大的作用面对梁的强度进行了全面校核。

课程最后，李老师布置了自主学习的内容：弯曲和扭转载荷共同作用时圆轴的强度设计、薄壁压力容器的强度设计。这两部分内容将放到下一堂课，主要由学生来讲。

我国的材料力学教材中，将一般应力状态下的设计准则称为“强度理论”，这是沿用原苏联材料力学的讲法。严格地讲称不上“理论”，只是建立在若干“假说”之上的设计准则。