

歪打正着中隐含的谬误

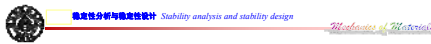
——关于压杆稳定性分析的精讲课

5月28日，是关于压杆稳定性分析的第一堂精讲课。

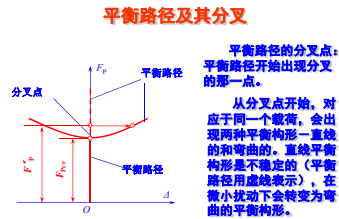
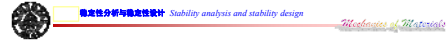
我国的材料力学教材（包括我们早年编写的材料力学教材），关于细长压杆稳定问题中，绝大多数认为当压力到临界载荷，压杆便丧失承载能力，这实际上承认压杆的临界点是不稳定的。理论和实践都证明这个概念是不正确的。

荷兰科学家 W.T.Koiter 通过非线性弹性稳定理论证明了：细长压杆的临界点及其以后的平衡路径都是稳定的，这表明，临界点之后压杆仍然具有承载能力。

清华大学于20世纪90年代初所做的细长杆屈曲实验结果证明了非线性分析所得到的结论。



细长压杆稳定性实验



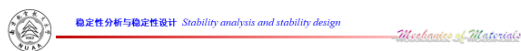
矛盾之处在于，一方面承认临界点丧失承载能力，亦即在临界点不可能存在直线的平衡构型；另一方面又从直线平衡构型开始，令压杆产生微弯的平衡构型，并且导出细长压杆的临界力公式。既然在临界点直线的平衡构型不存在，怎么可能产生微弯的平衡构型。因此，可以说这是根据不正确的概念、采用不正确的分析模型产生的压杆临界力公式。

根据细长压杆的平衡路径，当 $\Delta \rightarrow 0$ 时 $F_P \rightarrow F_{Pcr}$ 。这表明，当 F_P 无限接近临界载荷 F_{Pcr} 时，在直线平衡构形附近无穷小的邻域内，存在微弯的平衡构形。根据这一平衡构形，由平衡条件和小挠度微分方程，以及端部约束条件，即可确定临界载荷。

有意思的是，两种情形下所得到的临界力公式完全相同。

这可以形容为“歪打正着”，但是其中含有谬误。

本堂课的前一天，李老师在微信群发布了“压杆稳定性分析与稳定性设计”部分的“自主学习+精讲+深度研讨”的分阶段实施安排，学生回顾了理论力学中刚体的平衡稳定性概念。



精讲1——大转折：区别于强度、刚度的稳定性问题

自主学习1——刚体的平衡稳定性概念

从魁北克桥的坍塌事故以及高速铁路的无缝长轨引出弹性体的稳定问题

3



精讲2——弹性杆件的平衡稳定性

- 1、平衡构型的稳定与不稳定
- 2、平衡路径、分叉、分叉点（临界点）
- 3、分叉点（临界点）平衡稳定性

精讲3——临界力的导出

- 1、推导临界力的力学模型临界点邻域附近的弯曲平衡构型
- 2、推导临界力的方法——平衡的方法，平衡对象
- 3、平衡方程及其解答、边界条件
- 4、临界力公式，屈曲位移函数
- 5、支承的影响——临界力公式通用形式

4



课堂研讨1

为什么可以说线性理论推导临界力时利用的是错误概念和错误的模型？

为什么又会得到正确的临界力公式？

5



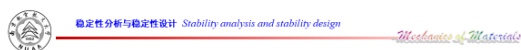
精讲4——三类不同的压杆

- 1、从临界力公式的应用条件提出的问题
- 2、临界应力的概念
- 3、长细比的概念
- 4、三类不同压杆的区分——临界应力总图

课堂研讨2——细长杆如果采用了中长杆的临界力公式会产生什么结果？

中长杆如果采用了细长杆的临界力公式会产生什么结果？

6



深度研讨

- 1、从欧拉公式的建立到魁北克大桥的坍塌，看科学理论与工程应用的关系。
- 2、魁北克大桥坍塌的反思。
- 3、高速铁路中无缝长轨屈曲问题的思考。

7

这堂课开始，李老师从魁北克桥第一次垮塌事故以及高速铁路的无缝长轨引出压杆的稳定性问题。



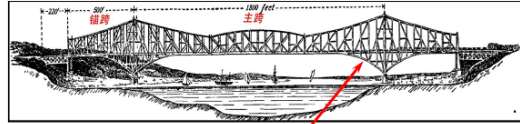
• 约19000吨钢材15秒内全落到河里
• 86名工作人员，仅11人幸存。

1907.08.29 魁北克大桥第一次垮塌

10



1897年 聘请了当时美国最出色的桥梁工程师了西奥多·库珀作为咨询工程师
1898.9-1899.3 库珀收到6份上部结构设计方案，2份下部结构方案，审查后选择了凤凰公司的悬臂桥方案
↓ 当时的工程师不了解钢压杆的专业知识，未进行稳定性设计



受压的弦杆

12



1907年

库珀因为身体原因不能到现场，却坚持要求完全控制施工，现场问题很难及时处理
6月中旬就发现杆件挠度；8月弦杆A9L的挠度在两周内从19mm增至57mm
凤凰公司总设计工程师彼得·兹拉普卡认为弦杆弯曲产生于制造工厂，他后来承认从没见过这些变形的弦杆
在施工现场的年轻工程师马可鲁尔则坚持认为，杆件弯曲变形是架设后受力过大造成的



1907年

8月27日，由于对结构变形的担心，一个工头决定暂停施工。马可鲁尔告诉库珀，请他复核此事，然后才能重新开工
魁北克大桥公司总工程师爱德华·霍尔则给库珀解释：停工对各方面影响不好
8月29日，库珀下达指令：暂时不要加载。直到15:00总工程师才看到指令。17:15，召开了会议，但会议决定第二天再采取措施
在工程师们研究对策时，17:30，魁北克大桥倒塌了，86名施工工人仅11人幸存



压杆的稳定性不足而引发的事故

13

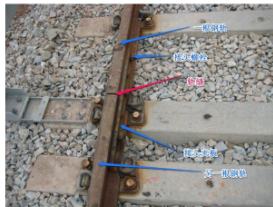
14



关于铁轨

有缝短轨：

- 每段轨道长12.5m或25m
- 轨道之间留有11mm间隙，消除热胀冷缩的影响



带来的问题：

- 噪音
- 舒适度
- 车速：列车时速超过140km/h，必须使用无缝钢轨

16



我国高铁：全部使用“无缝钢轨”

- 把25m的钢轨基地工厂焊成200m到500m的长轨
- 运到铺轨地点，焊接成1000m到2000m的长度，铺成无缝线路



17



工程实际问题：北方地区，夏季/冬季，铁轨温差达到80°C，无缝钢轨如何解决热胀冷缩问题？

18



2009年 澳大利亚 墨尔本



2015年 美国



2018年 英国 威丹

20

由此引出本单元所要讲授的为：有别于强度、刚度的稳定性问题，这是材料力学学习的又一大转折。随后，李老师从以下三个方面介绍了压杆稳定的基本概

念：

判别弹性平衡稳定性的静力学准则；

压杆的平衡路径及其分叉；

细长压杆临界点平衡的稳定性。

对于这一部分的讲授，传统的讲法多基于线性理论。线性理论认为：细长压杆在临界点以及临界点以后的平衡路径都是随遇的，即：载荷不增加，屈曲位移不断增加。压杆从此丧失承载能力。

本堂精讲课上，李老师基于精确的非线性理论，从屈曲前和屈曲后的平衡路径以及分叉点（临界点）出发，应用压杆平衡构形稳定和不稳定的概念，论述临界点的平衡构形是稳定的，并给出了实验验证的案例。

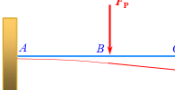
除此之外，本堂课还对上一单元“位移分析与刚度设计”的内容进行了深度研讨。深度研讨的主要内容有：关于变形和位移的相互关系、关于梁的连续光滑曲线。

1、关于变形和位移的相互关系

通过一个课堂研讨问题，使学生充分认识到：有位移不一定有变形；有变形不一定有位移。

弹性杆件的位移分析与刚度设计
Displacements analysis and rigidity design of elastic bar
Mechanics of Materials

课堂研讨 1



- BC段有没有变形？有没有位移？没有变形
为什么会有位移？
- 有位移不一定有变形。
- 有变形不一定有位移。

2、关于梁的连续光滑曲线

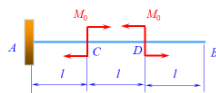
梁在弹性范围内加载，其轴线将弯曲成一条连续光滑曲线。画出梁和刚架受力后变形曲线的大致形状，是对受力分析、内力图、变形和位移、连续光滑概念等的综合考察，因此是这一单元的重点之一。画出梁和刚架受力后变形曲线的大致形状要点有二：

- 由弯矩 M 的实际方向确定轴线的凹凸性；
- 由约束性质以及挠度曲线连续光滑的特点确定挠度曲线的大致形状及位置。

随后，李老师引导学生一起讨论了课堂研讨问题 2 后，将课堂研讨问题 3 作为**随堂测试**，10 分钟的时间独立完成。最后发现，**18 名同学全部正确**。



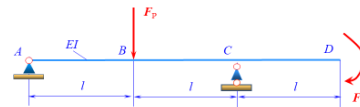
课堂研讨 2



试根据连续光滑性质以及约束条件，画出梁的挠度曲线的大致形状。



课堂研讨 3



等刚度外伸梁受力如图所示。请：

1. 画出剪力图和弯矩图。
2. 画出梁的挠度曲线大致形状。