

北京和南京之间"稳定性分析"教学的接力传承

——集学术性、工程性、思想性和研讨性于一体的一个范例

“压杆的稳定性分析与稳定性设计”有别于强度问题和刚度问题，是材料力学学习的又一大转折。对于这一部分内容，清华大学、南京航空航天大学、北京工业大学三校“材料力学”教学团队在教材建设、研究型教学方面做了大量工作，形成了较为完整、成熟的教学体系。

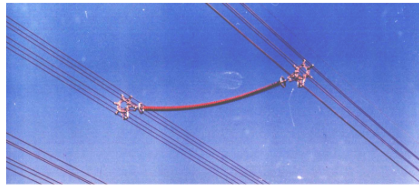
前不久，北京工业大学王晶副教授在原来教学改革和设计的基础上，花大力气进行了创新处理，突出了学术性、工程性、研讨性，并融入了课程思政的元素，教学效果很好。范老师为此以“长江后浪推前浪”为题对王晶的创新教学作了述评，并且郑重地向一些学校的材料力学老师作了推荐。

南京航空航天大学的李栋栋老师在给南航 2019 级“钱伟长班”讲授“稳定性分析与稳定性设计”时，学习了王晶老师的讲课视频，重新编排组织了这一部分教学内容，开设精讲课，有效地在北京和南京之间进行了一次接力传承。

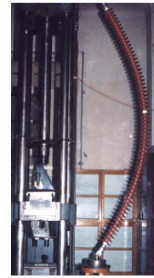
可以说，北京和南京两校的这部分课程的教学是集学术性、工程性、思想性和研讨性于一体的一个范例。

一、学术性

摒弃了传统讲授中关于临界点平衡稳定性的不准确的表述，基于精确的非线性理论，从屈曲前和屈曲后的平衡路径以及分叉点（临界点）出发，应用压杆平衡构形稳定和不稳定的概念，论述临界点的平衡构形是稳定的，并给出了实验验证和工程应用案例。

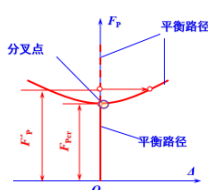


高压输电线路保持相间距离的受压构件



工程构件稳定性实验

通过与强度和刚度问题的比较，提出分析稳定问题的方法就是平衡的方法。平衡的力学模型不是临界点的直线平衡构形，因为临界点的平衡是不稳定的，所以只有直线的平衡构形，不可能有弯曲的平衡构形。因此平衡的力学模型只能是临界点邻域附近的弯曲平衡构形。平衡对象不是弯曲平衡构形的整体而是其局部。



从平衡路径可以看出，当 $\Delta \rightarrow 0$ 时 $F_p \rightarrow F_{p,c}$

这表明，当 F_p 无限接近临界载荷 $F_{p,c}$ 时，在直线平衡构形附近无穷小的邻域内，存在微弯的平衡构形。

根据这一平衡构形，由平衡条件和小挠度微分方程，以及端部约束条件，即可确定临界载荷。



压杆稳定性的分析方法与分析模型

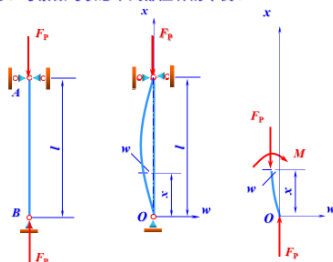
平衡方法是分析压杆稳定性的基本方法。

与材料力学其他的平衡方法不同的是，考虑的是变形以后压杆的平衡。

平衡所采用的模型，不是压杆的整体，而是压杆的局部。



假设压力略大于临界力，在外界扰动下压杆处于微弯状态。考察微弯状态下局部压杆的平衡：



二、工程性

从魁北克大桥第一次垮塌事故以及高速铁路的无缝长轨引出压杆的稳定性问题。



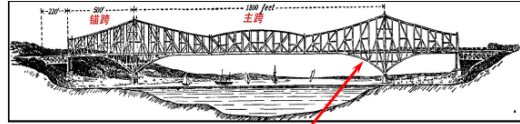
• 约19000吨钢材15秒内全落到河里
• 86名工作人员，仅11人幸存。

1907.08.29 魁北克大桥第一次垮塌

10



1897年 聘请了当时美国最出色的桥梁工程师了西奥多·库珀作为咨询工程师
1898.9-1899.3 库珀收到6份上部结构设计方案，2份下部结构方案，审查后选择了凤凰公司的悬臂桥方案
↓ 当时的工程师不了解钢压杆的专业知识，未进行稳定性设计



受压的弦杆

12



1907年

库珀因为身体原因不能到现场，却坚持要求完全控制施工，现场问题很难及时处理
6月中旬就发现杆件挠度；8月弦杆A9L的挠度在两周内从19mm增至57mm
凤凰公司总设计工程师彼得·兹拉普卡认为弦杆弯曲产生于制造工厂，他后来承认从没见过这些变形的弦杆
在施工现场的年轻工程师马可鲁尔则坚持认为，杆件弯曲变形是架设后受力过大造成的



1907年

8月27日，由于对结构变形的担心，一个工头决定暂停施工。马可鲁尔告诉库珀，请他复核此事，然后才能重新开工
魁北克大桥公司总工程师爱德华·霍尔则给库珀解释：停工对各方面影响不好
8月29日，库珀下达指令：暂时不要加载。直到15:00总工程师才看到指令。17:15，召开了会议，但会议决定第二天再采取措施
在工程师们研究对策时，17:30，魁北克大桥倒塌了，86名施工工人仅11人幸存



压杆的稳定性不足而引发的事故

13

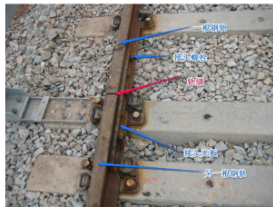
14



关于铁轨

有缝短轨：

- 每段轨道长12.5m或25m
- 轨道之间留有11mm间隙，消除热胀冷缩的影响



带来的问题：

- 噪音
- 舒适度
- 车速：列车时速超过140km/h，必须使用无缝钢轨



我国高铁：全部使用“无缝钢轨”

- 把25m的钢轨基地工厂焊成200m到500m的长轨
- 运到铺轨地点，焊接成1000m到2000m的长度，铺成无缝线路



16

17



工程实际问题：北方地区，夏季/冬季，铁轨温差达到80°C，无缝钢轨如何解决热胀冷缩问题？



2009年 澳大利亚 墨尔本



2015年 美国



2018年 英国 威林

18

20

关于稳定性分析的第3堂精讲课，将继续回到这两个工程案例：从凤凰公司的设计、咨询工程师库珀、魁北克大桥公司总工程师等多方面剖析事故的原因和

责任；研讨：高速铁路中无缝长轨热胀产生的屈曲形式，以及怎样防止这种屈曲的发生？


三、思想性

细长压杆临界载荷的表达式，又称为欧拉公式，是因为欧拉最早利用严密的数学推导给出了两端铰支细长压杆临界载荷的计算公式。

铁木辛柯的《材料力学史》中讲到压杆稳定，认为：欧拉在其著作中所用的力学模型是一端固定一端自由的压杆，再加上欧拉给出的计算公式的分母中有个“4”，因而下了一个结论：欧拉最早给出的是一端固定一端自由的细长压杆临界载荷的计算公式。如果读者不去亲自翻欧拉的著作，鉴于铁木辛柯的权威，也就相信了他对于这段历史的解读。

为了了解欧拉是怎么想到研究这个问题、又是如何去研究、其背后思想的伟大之处，李老师特地翻看了欧拉的著作《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的方法》（1744年拉丁文版）《关于柱的承载能力》（1757年法语版），发现欧拉取压杆的长度为 $2f$ ，我们现在通常取压杆的长度为 l ，因此欧拉当时给出的临界载荷计算公式的分母中有个“4”；此外，在《关于柱的承载能力》中明确表示是两端铰支，并非一端固定一端自由。

从研究过程来看，欧拉先研究了一般的情形：载荷既不垂直于杆，也不与杆的轴线重合，随后从一般到特殊，分析了载荷与杆的轴线重合的情形、载荷垂直于杆的情形，即：屈曲和弯曲问题。从《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的方法》图的序号也可以看出。




1744年，《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的方法》，给出了两端铰支细长压杆（柱）临界压力的表达式

$$P = \frac{\pi^2 C}{4f^2}$$

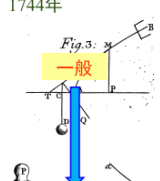
除非载荷超过这个数值，否则不用担心柱子弯曲；如果载荷超过了这个数值，柱子将无法抵抗弯曲。

1757年，《关于柱的承载能力》，更为简洁的推导得到临界压力的表达式。

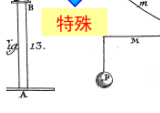


欧拉（Leonhard Euler，1707-1783年，瑞士）
数学史上最多产的全才数学家、数学史上四杰之一。
自然科学家。

1744年



一般



特殊

1757年

弯曲和屈曲问题是paradoxical：
对于弯曲问题，再小的力都能产生挠度；从数学的角度讲，力与挠度之间的关系是一一映射。
但对于屈曲问题，当力比较小的时候，没有与之对应的挠度。

从弯曲问题到屈曲问题，质的飞跃

- 拉格朗日在高阶屈曲模态方面开展了工作
- 1744→1907，163年后工程认识仍然不足，未列入设计准则

李老师给学生讲述了欧拉从弯曲和屈曲问题中发现的“paradox”，还从学科的发展历程指出，从1744年欧拉公式的建立到1907年魁北克大桥坍塌的163

年间，对稳定问题在工程设计中的作用仍然认识不足，欧拉公式未能进入设计准则。并分析：一方面，当时的通信水平有限，极少人能第一时间了解欧拉在这方面的研究工作；另一方面，很多伟大先驱的思想都是有超前性的，直到过了多年人们才意识到其伟大之处。

此外，讲课的最后，范老师给大家讲述了 20 世纪弹性稳定性的难题，并简单介绍了难题之解——荷兰科学家 W.T. Koiter 的初始后屈曲理论。范老师曾在 1985-1986 年期间赴荷兰代尔夫特理工大学 Koiter 课题组从事合作研究，并完成了两个课题：含缺陷球壳的后屈曲形态及缺陷敏感性；加筋板整体屈曲与局部屈曲的非线性扰动。范老师分别介绍了研究经历和研究过程遇到的困惑以及感想，同学们深受触动。

四、研讨性

“压杆的稳定性分析与稳定性设计”这一部分，共安排了 4 个课堂研讨问题和 5 个课后的深度研讨问题。

对于第 1 个课堂研讨问题，详见我们前几天发布的《歪打正着中隐含的谬误》一文。

讨论临界应力公式应用条件时，提出两个问题：实际细长杆采用了中长杆的设计公式，结果偏于安全还是偏于危险？实际中长杆采用了细长杆的设计公式，结果偏于安全还是偏于危险？同时进行随堂测试，测试结束后，朱星森同学到讲台，通过临界应力总图，进行了分析讲解。

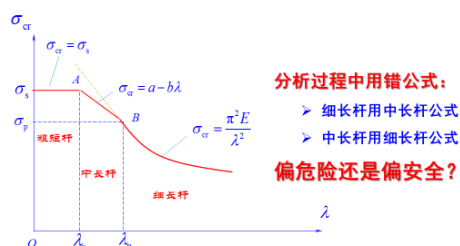
第 3 和第 4 个课堂研讨问题，关于高速铁路中无缝长轨热胀产生的屈曲形式，以及怎样防止这种屈曲的发生。这两个研讨问题将放到第 3 堂精讲课上进行研讨。

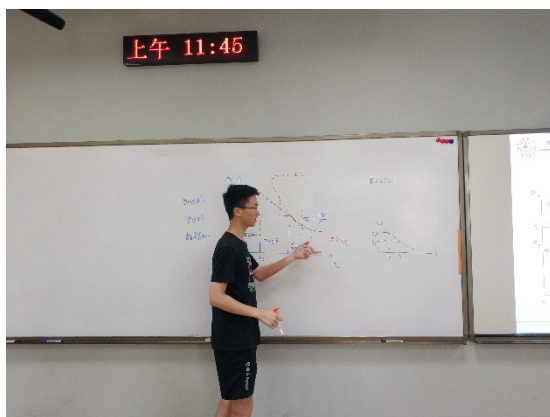


课堂研讨1

为什么可以说线性理论推导临界力时利用的是错误概念和错误的模型？
为什么又会得到正确的临界力公式？

关于临界应力总图的课堂研讨





课堂研讨3



铁轨将在哪个平面内发生屈曲？
理论依据？

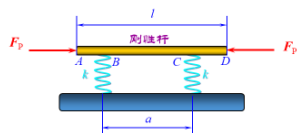
课堂研讨4

我国高铁是怎样防止发生屈曲现象的？



研讨问题1

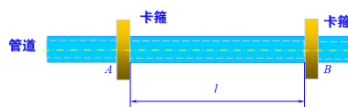
刚性杆 $ABCD$ 在 B, C 二处支承在刚度为 A 的弹簧上；弹簧下端固接在刚性地面上。刚性杆承受一对轴向荷载如图所示。



请分析该结构有没有稳定性问题？如果有，请确定保持稳定性的临界力的大小。



研讨问题2



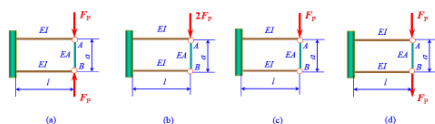
供热管道分段用“卡箍”固定在建筑物上，由于运行温度高于安装温度，在相邻的两个“卡箍”之间的一段管道可能会发生屈曲问题。

请分析：影响管道稳定承载能力（温差）的因素有哪些？
研究：可以采用哪些措施提高管道的稳定承载能力？



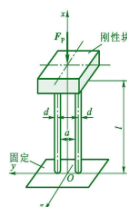
研讨问题3

图所示几种结构中的杆 AB ，请分析哪一种情形下杆最容易发生屈曲失效？



研讨问题4

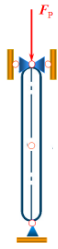
直径相同的两直杆下端固定、上端与刚性块固接，受力如图所示。



分析：有几种屈曲可能？
每种情形下的欧拉临界应力如何计算？



研讨问题5



图示两端铰支的圆截面柱在距两端稍远处有一穿透圆孔。请就此例设计一个问题，并给出解答。